

## 복합재 지주를 적용한 가드레일 구조체의 비선형 유한요소 충돌 해석

김규동\* · 이상열\*\*†

# Nonlinear Finite Element Crash Analysis of Guardrail Structures Using Supports Made of Composite Materials

Gyu-Dong Kim\*, Sang-Youl Lee\*\*†

**ABSTRACT:** This study performed a nonlinear finite element crash analysis of guardrail structures using supports made of composite materials. In this study, we used a new [0/90/90/0] laminated Boron fiber composite for resisting the crash effects. Based on the improved ground-structure interaction model, appropriate ground properties to the support were determined. In particular, the complex crash mechanism of guardrails was studied using various parameters. The parametric studies are focused on the various effects of car crash on the structural performance and thickness of supports. The numerical results for various parameters are verified by comparing those using existing steel materials.

**초 록:** 본 연구에서는 복합소재를 적용한 가드레일 구조체에 대하여 비선형 유한요소 충돌해석을 수행하였다. 충돌에 대한 영향에 저항하기 위하여 [0/90/90/0]으로 적층된 Boron 계열의 보강섬유가 함침된 복합소재를 적용하였다. 또한, 지반-구조물 상호작용 모델을 적용하여 가드레일 구조체의 충돌 시 적합한 지반의 물리적 상수를 도출하였다. 특히, 가드레일의 복잡한 충돌 메커니즘을 다양한 변수 해석을 통하여 규명하였다. 변수 해석은 복합소재 지주의 두께변화와 이에 대한 충돌 성능의 영향에 초점을 두었다. 다양한 변수에 대한 해석 결과는 기존 강재를 사용한 결과와 비교하여 검증하였다.

**Key Words:** 복합재료(Composite materials), 충돌 해석(Crash analysis), 가드레일 구조체(Guardrail structures), 지반-구조물 상호모델 (Ground-structure interaction model)

## 1. 서 론

복합재료는 강도에 비해 경량이고, 열전도율이 매우 낮아서 항공 및 우주, 선박, 기계 등의 다양한 분야에서 응용되고 있다. 또한, 적층배열에 따라 상이한 구조적 성능을 나타낸다. 최근 복합재료 시장이 활성화됨에 따라 가격대비 우수한 역학적인 장점이 부각되어 건설 분야에서도 응용 및 활용하고자 하는 다양한 연구개발이 수행되고 있다. 하지만 기존의 건설재료인 강재 및 콘크리트 등에 비해서 여

전히 고가인 편이다. 따라서 복합재료를 건설 구조물에 적용하는 경우에는 기존 강재와 같은 동일한 두께로 설계하는 것보다는 최적화된 형상 설계가 필요하다.

한편, 지속적인 국토 개발과 산업화의 가속으로 국내의 각종 도로 시설물은 크게 증가되어왔다. 도로 및 교량에 설치되는 각종 시설물은 원활한 차량 소통 및 안전보호, 그리고 차량 운전자의 정보 제공 등의 유익한 역할을 한다. 그러나 도로 및 교량을 통행하는 각종 차량수가 지속적으로 증가하면서 트럭 등 중차량 및 승용차의 과속 주행에 의한

Received 30 November 2016, received in revised form 29 December 2016, accepted 31 December 2016

\*Ph.D. Student, Department of Civil Engineering, Andong National University

\*\*†Associate Professor, Department of Civil Engineering, Andong National University, Corresponding author (E-mail: lsy@anu.ac.kr)

사고로 인명 및 재산피해도 빈번하게 발생되고 있다. 이러한 사고에 의한 피해를 예방 또는 최소화하기 위하여 도로 및 교량에는 방호울타리 또는 충격흡수시설 등이 설치되어 있다. 최근 구조부재에 적용할 수 있는 고성능 첨단 소재의 개발 및 적용이 확대됨에 따라 각종 도로에 설치되는 가드레일 구조체에 대한 적용이 활발한 추세이다. 그러나, 새로운 소재를 적용하여 신규 가드레일을 개발하는 경우, 차량 충돌 성능 평가가 필수적이며 이는 실제 실험을 통하여 수행하는 것이 바람직하다. 그러나, 다양한 변수에 대하여 실제 충돌 시험을 수행하기에는 고비용 등의 단점을 갖는다. 따라서, 실제 주행 충돌 시험을 수행하기 전에 3차원 상세 유한요소해석을 통해 가드레일의 구조적 성능 평가를 하여 상세 모델을 확립하고, 충돌 해석을 통해 안전성 확보를 규명할 필요가 있다[1]. 복합소재를 가드레일 구조물에 적용한 연구사례가 있으나, 이는 지주구조가 아닌 연결부 등에 국부적으로 적용한 것이다[2]. Kim and Lee는 도로에 설치된 각종 기둥구조에 대하여 다양한 복합소재를 적용하여 충돌해석을 수행하여 적용성을 입증하였다[3]. 본 연구에서는 비선형 동적해석 전용 프로그램인 LS-DYNA 프로그램을 적용하여 충돌해석을 수행하였다. 또한, 기존의 기둥구조에 대한 충돌연구를 복합재 지주를 갖는 가드레일 구조체로 확장하여 중차량 충돌 시 가드레일의 구조적 성능 평가 및 지주 두께 변화에 따른 기존 강재 구조와의 구조적 성능을 비교 분석하고자 한다.

## 2. 기본 이론

### 2.1 비선형 동적거동

Fig. 1은 임의 물체에서 고정된 직교좌표계에서 초기점  $X_\alpha (\alpha=1,2,3)$  에서 동일좌표계의 점  $X_i (i=1,2,3)$  으로 이동할 때 Lagrangian 공식으로부터 시간  $t$ 와 좌표  $X_\alpha$  향으로 변형을 식 (1)로 표현할 수 있다[4].

$$x_i = x_i(X_\alpha, t) \quad (1)$$

경계조건을 만족하며 가상일의 원리에 의해서 식 (2)와 같은 평형방정식의 Weak form을 유도할 수 있다.

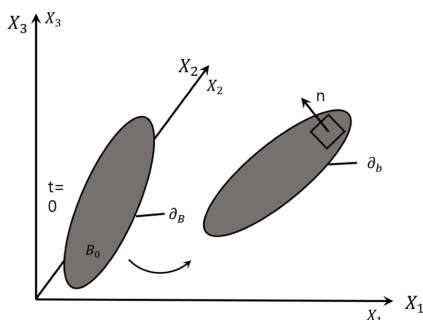


Fig. 1. Notation

$$\delta\pi = \int_v \rho \ddot{x}_i \delta x_i dv + \int_v \sigma_{ij} \delta x_{i,j} dv - \int_v \rho f_i \delta x_i dv - \int_{\partial b_1} t_i \delta x_i ds = 0 \quad (2)$$

여기서,  $\sigma_{ij}$ 는 코시응력(Cauchy stress),  $f_i$ 는 자중 밀도,  $\ddot{x}_i$ 는 가속도, 콤마는 공변 미분을 각각 의미한다. 한편, 시간에 따른 입자와 기준 좌표에 대하여 절점에 상호 연결된 유한요소 망(Mesh)를 기준 구성에 중첩하여 식 (3)으로 나타낼 수 있다.

$$x_i(X_\alpha, t) = x_i(X_\alpha(\zeta, \eta, \zeta), t) = \sum_{j=1}^k \phi_j(\zeta, \eta, \zeta) x_i^j(t) \quad (3)$$

여기서  $\phi_j$ 는 매개변수좌표에서의 형상함수이고,  $k$ 는 요소에서 정의된 절점 번호이고,  $x_i^j$ 는  $i$ 번째 방향에서의  $j$ 번째 절점좌표를 의미한다.  $n$  요소를 합산하여  $\delta\pi$ 의 근사치를 구하면 최종적으로 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_{m=1}^n \left\{ \int_{v_m} \rho N^t N^t dv + \int_{v_m} B^t \sigma dv - \int_{v_m} \rho N^t b dv + \int_{\partial b_1} N^t t ds \right\}^m = 0 \quad (4)$$

### 2.2 복합소재 충돌 파괴 모델

복합소재의 경우, 비등방성을 보이므로 거동의 예측이 복잡하고 난해한 편이다. 이러한 복합소재에 대한 대표적인 Chang-Chang 파괴이론은 Hasin의 고전적 파괴이론의 수정된 형태이다. 본 파괴 이론은 연속적인 단층이 일어날 경우 점진적인 파괴거동을 구현하기 위해서 파손 후 강도저하기법을 적용하였으며, 4가지의 각 파괴 유형에 대한 파괴 기준식은 식 (5)-(8)과 같다. 이 식들에서 1-방향은 섬유 방향이고 2-방향은 섬유와 수직하는 방향이다[5]. 섬유의 인장모드의 경우는 식이 0보다 크거나 같을 때 종방향, 횡방향 탄성계수와 포아송비가 0이 되면서 파괴가 일어나고 0보다 작을 때는 탄성을 유지하고 파괴가 되지 않는다. 아래의 나머지 식도 섬유의 인장모드와 같이 적용이 된다. 먼저 섬유의 인장모드의 경우는 다음과 같은 식을 적용한다[6].

$$\sigma_{11} > 0: e_f^2 = \left( \frac{\sigma_{11}}{X_T} \right)^2 + \beta \left( \frac{\sigma_{12}}{S} \right)^2 - 1 \begin{cases} \geq 0 & \text{failed} \\ < 0 & \text{elastic} \end{cases} \quad (5)$$

이 경우,  $E_{11} = E_{22} = G_{12} = \nu_{21} = \nu_{12} = 0$ 이며, 섬유의 압축모드는 다음과 같다.

$$\sigma_{11} < 0: e_c^2 = \left( \frac{\sigma_{11}}{X_C} \right)^2 - 1 \begin{cases} \geq 0 & \text{failed} \\ < 0 & \text{elastic} \end{cases} \quad (6)$$

이 경우,  $E_{11} = \nu_{21} = \nu_{12} = 0$ 이며, 모재의 인장모드의 경우는 다음식과 같다.

$$\sigma_{22} > 0: e_m^2 = \left( \frac{\sigma_{22}}{Y_T} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{12}}{S} \right)^2 - 1 \begin{cases} \geq 0 & \text{failed} \\ < 0 & \text{elastic} \end{cases} \quad (7)$$

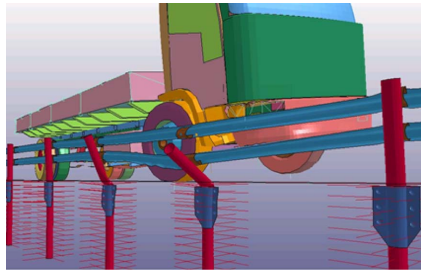


Fig. 2. Broken ground poles in a truck crash simulation

이 경우,  $E_{22} = \nu_{21} = 0, G_{12} = 0$  이며, 모재의 압축모드는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$\sigma_{22} < 0$ :

$$e_d^2 = \left(\frac{\sigma_{22}}{2S}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y_C}{2S}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_{22}}{Y_C} + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 - 1 \begin{cases} \geq 0 & \text{failed} \\ < 0 & \text{elastic} \end{cases} \quad (8)$$

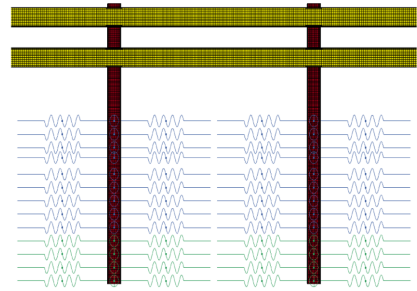
이 경우,  $E_{22} = \nu_{12} = \nu_{21} = 0, G_{12} = 0$  이다. 여기서, 1방향은 섬유 방향이고 2방향은 섬유와 수직하는 방향이다.  $\sigma_{11}$ 은 1방향 응력,  $\sigma_{12}$ 은 전단응력,  $\sigma_{22}$ 은 2방향 응력,  $X_T$ 는 1방향 인장강도,  $X_C$ 는 1방향 압축강도,  $Y_T$ 는 2방향 인장강도,  $Y_C$ 는 2방향 압축강도,  $S_C$ 는 전단강도, 그리고  $\beta$ 는 인장 섬유 모드에서 전단항에 대한 가중치를 각각 의미한다.

### 3. 유한요소 모델

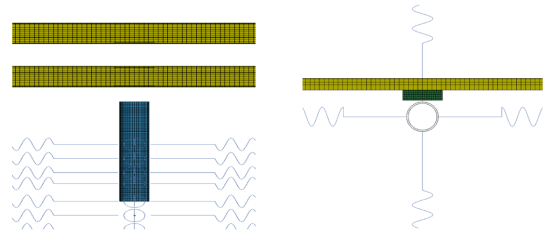
#### 3.1 해석 모델

지반과 연결된 지주는 차량 충돌에 대한 충격을 지지해주는 중요한 역할을 한다. 그러나, 지반 구조체 상호모델을 적용하여 충돌시뮬레이션을 수행하는 경우, 지반에 대한 정확한 지지력 산정을 하지 않고, 고지반에 고정하여 모델링하는 경우에는 Fig. 2와 같이 지주가 꺾이는 현상이 발생하게 된다.

가드레일에 연결된 지주가 충돌 시뮬레이션 상에서 밀리지 않고 꺾이는 현상은 구조해석 시 고려되는 지반 지지력이 너무 크기 때문인 것으로 추정된다. 따라서 본 연구에서는 지반효과를 고려한 지주 모델에 대해서 정적해석을 수행하였다. 하중을 2,500 kgf으로 고정하고 k값을 변화시키면서 한국도로공사 도로교통연구원에서 수행한 실제 정적실험에 의한 지주구조의 하중-처짐 그래프의 최대 처짐과 동일한 최대 처짐(350 mm)이 발생하였을 때의 k값을 스프링 강성으로 결정하였다. 본 연구에서 산정한 스프링 강성값은 실제 지주 성능을 위한 성토부 시험 환경과 유사하게 구현하기 위하여 시행 착오법에 의하여 임의로 결정된 값으로 실제 지반 환경에서의 물리적 의미와는 다소 상이할 수 있다. 지반 깊이에 따라 근입되는 지주에 미치는 토압의 영향이 각각 달라지므로 깊이에 따른 스프링 강성도



(a) Entire modeling



(b) Modeling in detail

Fig. 3. Finite element modeling of internal stiffeners

다르게 적용하였다. 지표면으로부터 0~800 mm 깊이에서는  $k = 13.2 \text{ N/mm}$ 를, 800~1,200 mm 깊이에서는  $k = 30 \text{ N/mm}$ 를 각각 적용하였다. 본 충돌해석에 적용된 가드레일 구조는 K사에서 개발하였으며 Fig. 3과 같다. 상단 및 하단 가보로 높이는 각각 780 mm, 475 mm이고 지주 간격은 2.0 m이다. 전술한 바와 같이 지주의 꺾임 현상을 방지하기 위해 지반을 스프링으로 구현하였고 지주 내부에 파이프형 보강재로 보강하였다. 본 연구에서 적용한 가드레일 구조는 신규 구조이므로 보다 상세한 단면 공개는 생략하기로 한다.

#### 3.2 충돌해석 개요

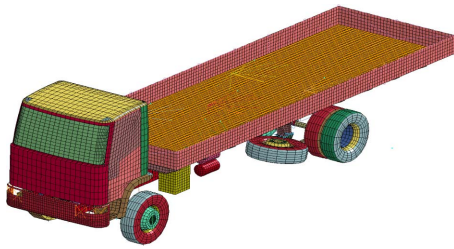
해석에 적용된 복합소재는 충격 하중에 대하여 우수한 성능을 갖는 BFRP를 지주에 적용하였다. BFRP 계열은 N5505 Matrix에 Boron(4) Fiber가 함침된 재료이며 [0/90/90/0]로 두 계방향으로 중립축을 기준으로 대칭 적용하였다[7]. 본 연구에서는 전술한 비선형 동적 거동이론을 기반한 충돌해석을 위하여 LS-DYNA를 적용하였다. 복합소재의 경우 LS-DYNA에서 제공하는 재료모델인 Mat22\_composite damage 모델을 사용하였다. 이 재료 모델은 Solid와 Shell 모델을 지원하며 2장에서 기술한 Chang-chang 파괴이론이 적용되었다. 또한 본 재료 모델은 층간분리(Delamination) 현상에 대한 구현이 가능하다. BFRP에 대한 상세 재료 물성은 Table 1과 같다. 강재의 경우 적용된 재료모델은 LS-DYNA에서 제공하는 Mat24\_pieewise linear plasticity를 적용하였다[8]. 이 재료모델은 Cowper-symonds 모델을 적용할 수 있으며 충돌속도에 따라서 유동응력-소성변형률 선도를 직접 입력하거나 Cowper-symonds 재료상수를 입력하여 변형률 속도를 정의할 수 있다[9]. 강재에 대한 물성은 Table 2와 같다.

**Table 1.** Material properties

Items	Boron(4)/ N5505(Fiber/Matrix)
Young's modulus, EA [GPa]	204.0
Young's modulus, EB [GPa]	18.5
Shear modulus, GAB [GPa]	5.59
Poisson's ratio	0.23
Longitudinal tensile strength, XT [MPa]	1,260.0
Transverse tensile strength, YT [MPa]	61.0
Transverse compressive strength, YC [MPa]	202.0
Shear strength, SC [MPa]	67.0

**Table 2.** Plastic mechanical properties of steels

Items	SS400	SS490
Young's modulus, E [GPa]	200.0	200.0
Static yield stress fy [MPa]	235.0	325.0
Material constant, C	40.0	3,200.0
Material constant, P	5.0	5.0



**Fig. 4.** Truck model for crash analysis

가드레일 충돌해석 시 구조성능 평가 기준은 “차량방호 안전시설 실물충돌시험 업무편람”의 강도성능평가를 위한 시험방법을 적용하였으며 시험등급은 SB4등급이고 대형차량충돌에 대한 해석을 수행하였다[10,11]. 또한, 가로보의 횡방향 최대변위는 1.0 m 이하가 되어야 한다. 해석조건은 차량하중 14.0 ton, 충돌각도는 15°, 충돌속도는 65 km/h이다. 해석에 사용된 대형차량 모델은 Fig. 4와 같으며, 이 차량은 미국 차량 충돌 연구 센터인 NCAC(National crash analysis center)가 제공하는 트럭(CME-HGV Truck) 사양을 적용하였다. 31,166개의 Shell 요소와 1,550개의 Solid 요소 및 62개의 Beam 요소, 30개의 기타 요소로 총 32,808개의 요소로 구성되어 있다. 대형차량 대부분의 물성치는 항복응력 610 MPa, 탄성계수 207,000 MPa인 강재로 되어 있다.

해석 변수는 Table 3과 같으며 지주에 일반강재가 적용되는 Case I의 경우 가로보와 각 부품을 연결해주는 볼트는 SS490 강종이 적용되었고 나머지 부품들은 SS400 강종이 적용되었다. 복합재료의 경우에는 지주에 대해서만 적용하였고 나머지 부품에 적용된 물성은 Case I과 동일하다. 가드레일 구조의 지주에 대하여 일반강재는 4.2 mm가 적용되

**Table 3.** Analysis cases

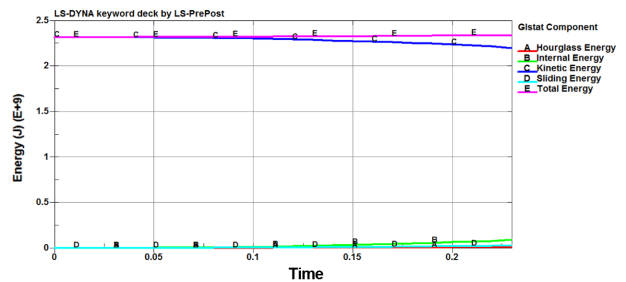
Case	Used materials				
	Post	Rein force post	Block out	Guard rail	Bolt
I	SS400 (4.2T)	SS400	SS400	SS490	SS490
II	Composite (4.0T)				
III	Composite (3.8T)				
IV	Composite (3.6T)				

었고 복합소재는 일반 강재보다 일반적으로 강성이 높지만 고가인 단점을 가진다. 따라서 지주의 두께를 4.0 mm, 3.8 mm, 3.6 mm로 각각 감소시키며 해석을 수행하였다.

#### 4. 해석결과 및 분석

Case I의 해석조건은 SB4 등급 가드레일 구조이며 Fig. 5는 차량과 가드레일 구조의 충돌로 인하여 전체에 발생한 에너지와 각 부분에서의 운동에너지, 내부에너지 등을 나타낸 것이다. 그림에서 Hourglass energy는 충돌에 있어서 운동에너지와 내부에너지의 상관관계는 상당히 중요하다. 모사에 있어서 유한요소모델의 강성 매트릭스를 구하기 위해 형상함수의 수치적분이 필요하게 되는데 이 수치적분을 수행하기 위해 감차 적분법을 사용하게 된다. 그러나 이 경우 적분에 걸리는 시간이 줄어드는 대신 변형에너지가 없어도 변형이 발생하는 문제점이 발생하게 되며, 이런 모드를 Hourglass(Spurious zero energy) mode라 하고, 이러한 모드의 발생을 억제하기 위해 가상의 에너지를 적용하게 되는데 이때 사용되는 에너지를 Hourglass 에너지라고 정의한다. Fig. 6은 가드레일 구조의 각 부품에서 발생하는 내부 및 운동 에너지를 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 차량이 직접적으로 충돌되는 가드레일의 경우 가장 큰 내부에너지가 발생하며, 이는 가드레일과 지주를 연결하는 Block out으로 전달됨을 알 수 있다.

간접하중을 받는 지주에서는 상대적으로 내부에너지가



**Fig. 5.** Entire energy occurred in truck and barrier (Case I)



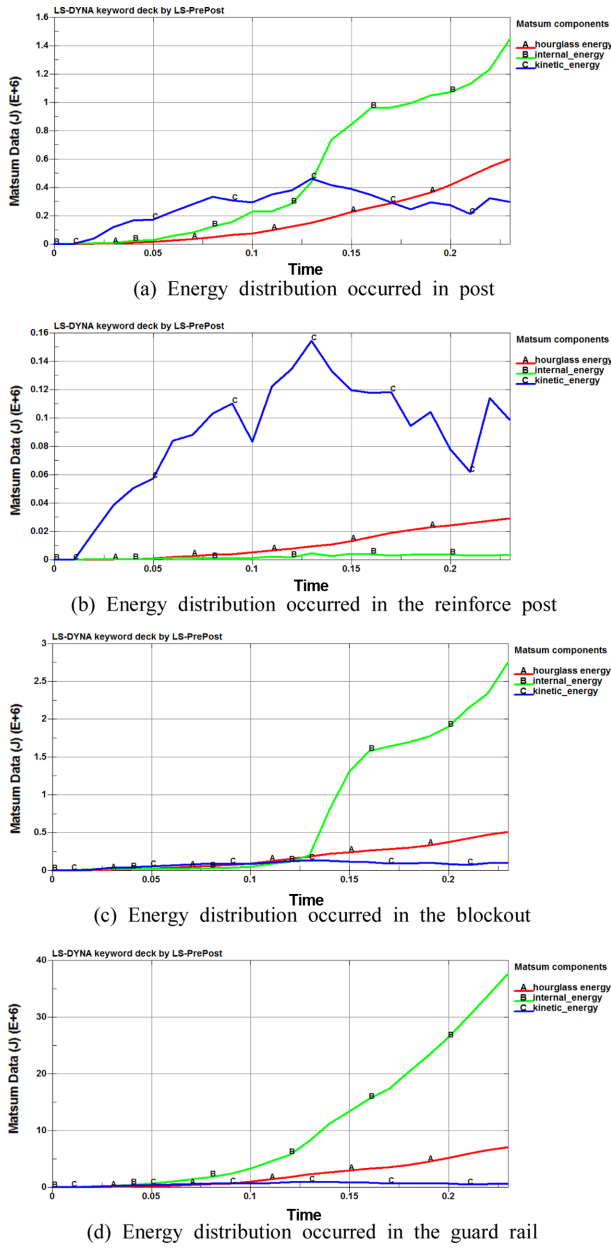


Fig. 6. Energy distributions occurred in each part of the barrier (Case I)

작게 발생되나, 가드레일을 지지하고 있는 지주구조는 지반과 연결되어 전체 구조물을 지탱하는 역할을 하므로 지주의 최적화를 통한 전체 구조체의 안전성을 도모하는 것이 바람직할 것으로 판단된다.

Fig. 7은 시간에 따른 충돌해석 결과 형상을 보여주며 스프링 지반에 대한 효과로 인하여 지주의 꺾임 현상이 발생하지 않는 것을 알 수 있다. 충돌시 발생하는 가로보의 최대 변위는 0.768 m으로 기준치에 만족하는 것으로 나타났다. 복합재료가 지주에 적용된 케이스에서 충돌시 발생한 내부에너지는 Case I과 같이 가로보에서 가장 크게 발생하였다.

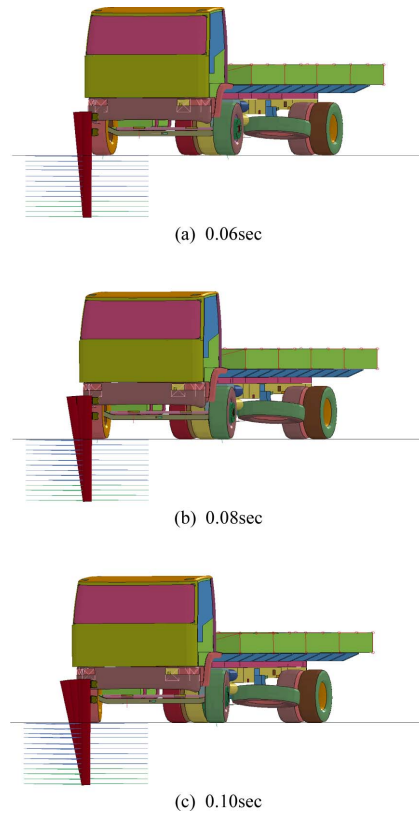


Fig. 7. Induced displacements for the increased time (Case I)

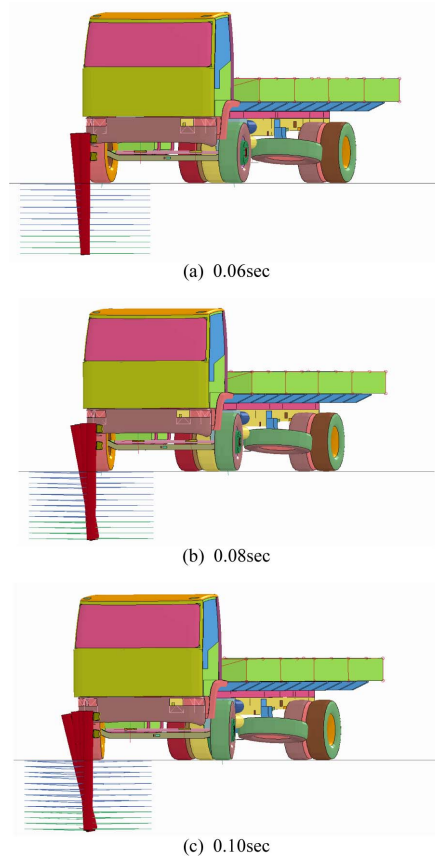


Fig. 8. Deformed shapes for the increased time (Case II)

**Table 4.** Summarized results for case I~IV

Time (sec)	Max deformation (Less than 1.0 m)			
	Steels	Composite		
	Case I	Case II	Case III	Case IV
0.1	0.332 m	0.336 m	0.336 m	0.336 m

Fig. 8은 Case II의 경우 시간에 따른 충돌형상을 나타낸다. 비교해 보았을 때 0.004 mm 정도의 차이로 충돌 변위는 큰 차이가 없는 것으로 나타났다. Table 4는 0.1 sec 기준으로 충돌시 가로보에서 발생하는 최대 변위를 나타낸 것이다. 이 결과로부터 지주두께를 감소시켰음에도 불구하고 최대변위는 거의 동일하여 지주 단면의 감소가 가능하다는 것을 보여준다. 따라서, 복합소재를 적용하는 경우, 단면의 두께를 감소시켜 경제성을 확보하고 구조적 성능을 향상시킬 수 있음을 알 수 있다.

#### 4. 요약 및 결론

본 논문에서는 SB4등급 신규 가드레일 구조를 대상으로 차량 충돌 시뮬레이션에 의한 고동 동적 해석을 수행하여 방호 울타리의 구조성능을 평가하였다. 지주에 적용한 재료는 일반 강재와 복합재료를 적용하였고 복합재료는 [0/90/90/0]으로 적용시켰다. 또한 지주의 꺾임 현상을 방지하기 위하여 지반-구조물 상호모델을 구현하여 해석에 적용하였다.

복합재료는 단일 배치보다는 서로 다른 섬유보강 각도를 갖도록 적층하여 적용하는 것이 구조적으로 유리하다. 수치해석 결과로부터 지주 두께를 감소하였음에도 불구하고, 최대 변위의 차이는 무시할 정도로 적게 나타났음에 주목해야 한다. 또한, 기존 강재보다 두께를 10% 감소하였음에도 변형의 차이는 거의 없었다. 이는 고탄성을 갖는 복합재료의 경우 단면의 감소 및 적층배열의 최적화로 경제적인 가드레일 구조를 설계할 수 있음을 보여준다. 본 연구에서 제시한 유한요소 상세해석 결과는 다양한 첨단 소재를 적용한 가드레일 구조형식의 실용적 개발을 위한 기반자료 및 설계 가이드라인으로 충분히 활용할 수 있을 것으로 기대된다. 향후, 상세구조단면 설계 및 실험을 통하여 시뮬

레이션 결과를 검증하고 보완하는 연구가 수행되어할 것이다.

#### 후 기

본 연구는 2015년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단 기초연구사업의 지원을 받아 수행된 연구임 (No.2015R1A2A2A01005637).

#### REFERENCES

1. Kim, S.E., Jeon, S.Y., Hong, K.E., and Lee, M.C., "Performance Evaluation of Composite Safety Barrier for Bridge by Vehicle Impact Simulation," *Journal of COSEIK*, Vol. 24, No. 5, 2011, pp. 499-506.
2. Lee, M.C., Kwon, K.Y., and Kim, S.E., "Performance Analysis of Steel-FRP Composite Safety Barrier by Vehicle Crash Simulation," *Journal of KOSACS*, Vol. 2, No. 4, 2011, pp. 11-18.
3. Kim, G.D., and Lee, S.Y., "Finite Element Crash Analysis of Support Structures Made of Various Composite Materials," *Journal of KOSACS*, Vol. 6, No. 1, 2015, pp. 45-50.
4. LSTC, "LS-DYNA Keyword User's Manual(version 971)", 2007.
5. Kim, Y.A., Woo, K.S., Yoo, W.Y., Kim, I.G., and Kim, J.H., "High Velocity Impact Analysis of Carbon/Epoxy Composite Laminates," *Composites Research*, Vol. 25, No. 6, 2012, pp. 191-197 (in Korean).
6. Jones, R.M., *Mechanics of Composite Materials* (2nd ed.), Taylor & Francis Inc., New York, 1999.
7. Kim, G.D., and Lee, S.Y., "Determination of Degraded Properties of Vibrating Laminated Composite Plates for Different Layup Sequences," *Composites Research*, Vol. 28, No. 5, 2015, pp. 277-284 (in Korean).
8. LSTC (2006) LS-DYNA Keyword User's Manual, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA
9. Cowper, G., and Symonds, P., *Strain Hardening and Strain Rate Effects in the Loading of Cantilever Beams*, Brown Univ. Applied Mathematics Report, Report No. 28, 1957.
10. Ministry of Land, Infrastructure and Transport (MOLIT), "Guideline for Installation and Management of Road Safety Facilities", MOLIT, Korea, 2014.
11. Ministry of Land, Infrastructure and Transport (MOLIT), "Manual for Full-scale Vehicle Crash Testing of Safety Features", MOLIT, Korea, 2015