

단일방향 복합재의 균질화 모델에 따른 유효 물성 예측 성능 및 미시적 응력 요인 분석

방준범* · 김명준*†

Comparative Analysis and Factor Investigation of Multi-scale Homogenization Models for Effective Properties of Unidirectional Composites

Junbeom Bang*, Myungjun Kim*†

ABSTRACT: The effective properties of composites are strongly governed by the microstructural factors such as fiber and matrix properties, fiber volume fraction, and fiber arrangement. In this study, multi-scale homogenization is applied to unidirectional composites to predict effective properties using analytical models and RVE-based finite element analysis, and the predictive accuracy of each method is compared. Pearson correlation analysis is conducted to evaluate the sensitivity of constituent properties on the composite response, and local stress distributions are examined to identify the characteristics and limitations of each model. These findings provide a basis for selecting appropriate property prediction methods in composite structural design.

초 록: 복합재료의 유효 물성은 섬유 및 기지 물성, 섬유 체적분율, 섬유 배열 등 미시 구조적 요인에 크게 좌우된다. 본 연구에서는 단일방향 복합재료를 대상으로 멀티스케일 균질화 기법을 적용하여, 이론적 모델과 RVE 기반 유한요소해석을 통해 유효 물성을 예측하고 소재 및 섬유 체적분율 변화에 따른 예측 정확도를 비교하였다. 또한, Monte Carlo Simulation 기반 피어슨 상관분석을 통해 구성요소의 물성과 복합재료 유효 물성 간의 민감도를 평가하고, 국소 응력 분포를 분석하여 모델별 특징과 한계를 도출하였다. 이를 통해 구조 설계 단계에서 적절한 물성 예측 기법을 선택하고 적용 한계를 판단하기 위한 근거를 제시하였다.

Key Words: 단일방향 복합재료(Unidirectional Composites), 멀티스케일 균질화(Multi-scale Homogenization), 대표체적요소(Representative Volume Element), 주기 경계조건(Periodic Boundary Condition)

1. 서 론

복합재료는 우수한 비강도와 비강성을 바탕으로 항공우주 및 미래 모빌리티 산업을 포함한 광범위한 공학 분야에 서 핵심 소재로 자리 잡았다. 이러한 복합재료의 기계적 거

동을 정밀하게 예측하고 유효 물성을 산출하기 위한 방법론으로는 멀티스케일 균질화(Multi-scale Homogenization) 기법이 널리 활용된다. 멀티스케일 모델링은 micro/meso/macro 스케일로 구분되며, 하위 스케일의 해석 결과는 상위 스케일의 물성 정의를 위한 입력 변수로 사용된다. 특히

단일방향(Unidirectional, UD) 복합재료의 유효 물성은 micro 스케일에서 결정되며, 이는 향후 적층판 및 구조체 단위의 거동을 예측하는 기초 데이터가 되므로 이에 대한 정확한 예측이 필수적이며 현재까지 다양한 이론적 균질화 모델들이 제안되어 왔다.

혼합법칙(Rule of Mixtures, RoM)[1]은 Voigt 모델과 Reuss 모델을 활용한 가장 단순한 모델로 종방향 탄성계수 예측에는 주로 사용되지만, 횡방향 탄성계수와 면내 방향 전단 탄성계수 예측에는 한계점을 보인다. 이를 보완하기 위해 반경험적 모델인 Halpin-Tsai 모델[2]과 Chamis 모델[3]과 복합재의 등가 강성 행렬을 기반으로 하는 Mori-Tanaka 모델[4,5]이 등장하였다. Mori-Tanaka 모델은 Eshelby inclusion theory에 기초한 평균장 기법을 통해 다상재료의 비등방성까지 설명하였다. 하지만 Yin 등[6]은 기존 이론적 모델이 실제 복합재료의 국소 응력 분포를 충분히 설명하지 못하며 섬유 배열의 무작위성과 경계조건의 영향이 균질화된 물성보다 크게 작용할 수 있음을 보고하였다. 이러한 한계를 보완하기 위해 대표체적요소(Representative Volume Element, RVE) 기반의 유한요소해석이 주로 활용되며, 다양한 섬유 배열 효과를 Square(SQ), Hexagonal(HX), Diamond(DM) 배열로 대표체적요소에 반영함으로써 실제 구조 거동을 보다 정밀하게 재현할 수 있다. 이러한 선행연구들은 주로 단일 소재에 대한 멀티스케일 균질화 모델의 유효 물성 예측 결과를 비교하는데 집중하였다. Raju 등[7]은 다양한 균질화 모델들을 통해 GFRP의 유효 물성을 예측하고 신뢰도가 높은 모델을 제안하였으며, Elmasry 등[8]은 수치/이론/실험적 결과를 종합하여 복합재료 적층판 물성 예측의 정확도를 평가하였다. 그러나 이와 같은 연구들은 특정 소재에 국한되며, 다양한 복합재료를 대상으로 균질화 모델별 예측 결과를 정량적으로 비교 및 분석한 연구는 부족한 실정이다.

따라서 본 연구에서는 CFRP(Carbon Fiber Reinforced Plastic), GFRP(Glass Fiber Reinforced Plastic), MMC(Metal Matrix Composite)와 같은 여러 복합재를 대상으로 멀티스케일 균질화 모델 기반 유효 물성을 예측하고, 각 모델별 예측 결과를 정량적으로 비교하였다. 또한, 예측 결과에 영향을 미치는 요인을 민감도 분석을 통해 분석하였다. 본 연구의 결과는 향후 복합재료 설계 및 최적화 과정에서 신뢰성 있는 물성 예측 기법 선정을 위한 근거를 제공하고자 한다.

2. 멀티스케일 균질화 모델

2.1 멀티스케일 균질화 모델의 개념

복합재료의 기계적 거동은 섬유 및 기지의 물성, 섬유 체적분율, 섬유 배열과 같은 미시적 요인에 의해 달라진다. 이러한 미시적 구조의 복잡성을 반영하면서도 거시적 구조 해석이 가능한 멀티스케일 기반 접근법이 요구되며, 일반

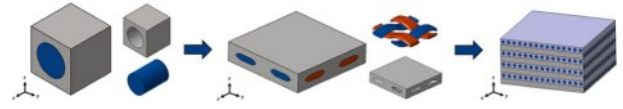


Fig. 1. Multi-scale representation of composites structures

적으로 Fig. 1과 같이 세 단계로 구분된다[9].

Micro 스케일에서는 단일 방향 복합재료 수준에서 섬유와 기지의 상호작용을 고려하여 탄성계수, 면내 방향 전단 탄성계수, 푸아송 비 등의 기초 물성을 산출한다. Meso 스케일에서는 Tow나 Prepreg 단위에서의 평직, 편조 등 섬유 구조적 특성을 반영하여 물성을 평가한다. 마지막으로 Macro 스케일에서는 적층판 단위에서 적층각과 적층 순서를 고려하여 전체 복합재료의 기계적 거동을 고전 적층판 이론(Classical Laminate Plate Theory, CLPT)을 통해 해석한다. 균질화 기법은 이러한 스케일 구분 속에서 불균일한 미시 구조를 수학적으로 처리하여, 거시적으로 물성이 균일한 연속체처럼 거동한다고 가정하고 등가 물성을 뽑아내는 해석 기법이다.

2.2 멀티스케일 균질화 이론적 모델

멀티스케일 균질화 기법에서 이론적 모델은 계산 효율성이 높아 다양한 연구에서 활용되고 있다. 대표적인 이론적 균질화 모델로 RoM 모델, Halpin-Tsai 모델, Chamis 모델, Mori-Tanaka 모델 등이 있다. 가장 단순한 모델인 RoM은 Voigt 모델과 Reuss 모델로 나뉜다. Voigt 모델은 섬유와 기지가 동일한 변형률을 가진다고 가정하여 종방향 탄성계수를 정의하며, Reuss 모델은 동일한 응력을 가진다고 가정하여 횡방향 탄성계수와 면내 방향 전단 탄성계수를 정의하여 식 (1)-(4)와 같다.

$$E_{xx} = E_{f,11}V_f + E_mV_m \quad (1)$$

$$\frac{1}{E_{yy}} = \frac{V_f}{E_{f,22}} + \frac{V_m}{E_m} \quad (2)$$

$$\frac{1}{G_{xy}} = \frac{V_f}{G_{f,12}} + \frac{V_m}{G_m} \quad (3)$$

$$\nu_{xy} = \nu_{f,12}V_f + \nu_mV_m \quad (4)$$

여기서 $E_{ii}(i=x, y)$ 는 단일방향 복합재의 전역 좌표계에 따른 유효 탄성계수를 의미하고, $E_{f,ij}(j=1, 2)$ 는 섬유 국부 좌표계에 따른 유효 탄성계수, E_m 은 기지의 유효 탄성계수, V_f 는 섬유 체적분율, V_m 은 기지 체적분율, G_{xy} 는 단일방향 복합재의 전역 좌표계에 따른 면내 방향 전단 탄성계수, $G_{f,12}$ 는 섬유 국부 좌표계에 따른 섬유의 면내 방향 전단 탄성계수, G_m 은 기지의 면내 방향 전단 탄성계수, ν_{xy} 는 단일방향

복합재의 전역 좌표계에 따른 푸아송 비, $\nu_{f,12}$ 는 섬유 국부 좌표계에 따른 섬유의 푸아송 비, ν_m 은 기지의 푸아송 비를 의미한다.

Halpin-Tsai 모델은 RoM 모델보다 정밀한 예측을 위해 보정 계수를 도입한 반경험적 모델이다. 특히, 횡방향 탄성계수와 면내 방향 전단 탄성계수 예측에 효과적이며, 식 (5)-(7)과 같다.

$$E_{yy} = \frac{E_m(1 + 2\eta V_f)}{1 - \eta V_f} \quad (5)$$

$$G_{xy} = \frac{G_m(1 + \eta V_f)}{1 - \eta V_f} \quad (6)$$

$$\eta = \frac{\frac{E_{f,22}}{E_m} - 1}{\frac{E_{f,22}}{E_m} + \zeta} \quad (7)$$

여기서 ζ 는 경험적인 파라미터로 섬유의 형상, 배열 형태, 체적분율에 따라 다르게 적용된다.

Chamis 모델 또한 혼합법칙을 확장한 반경험적 이론 기반 모델로 섬유가 사각형 배열로 배치되어 있다고 가정하여 섬유 체적분율의 제곱근 항을 도입하였으며, 식 (8), (9)와 같다.

$$E_{yy} = \frac{E_m}{1 - \sqrt{V_f} \left(1 - \frac{E_m}{E_{f,22}}\right)} \quad (8)$$

$$G_{xy} = \frac{G_m}{1 - \sqrt{V_f} \left(1 - \frac{G_m}{G_{f,12}}\right)} \quad (9)$$

Mori-Tanaka 모델은 무한한 기지재 속에 타원체 모양의 입자가 무수히 많을 때 주변의 다른 입자들에 의해 변형된 기지재의 평균 응력을 고려한 모델로 식 (10)-(12)과 강성행렬 C 를 통해 계산된다.

$$\varepsilon_f = T \varepsilon_m \quad (10)$$

$$T = [I - PC_m^{-1}(C_m - C_f)]^{-1} \quad (11)$$

$$C = C_m + V_f(C_f - C_m)T[V_m I + V_f T]^{-1} \quad (12)$$

여기서 ε 는 변형률을 의미하고, T 는 Eshelby 변형률 텐서, I 는 항등 텐서, P 는 Eshelby 텐서를 의미한다.

2.3 멀티스케일 균질화 수치적 모델

이론적 균질화 모델은 계산 효율성 측면에서 장점이 있으나, 섬유 배열 형상이나 섬유-기지 계면 특성과 같은 기

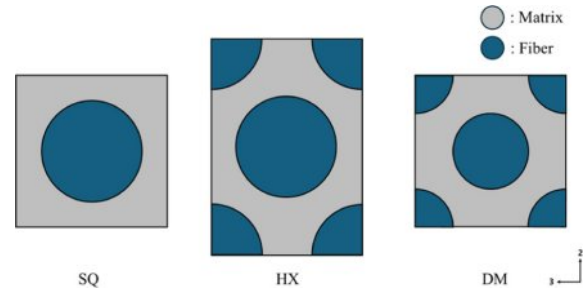


Fig. 2. RVE models with different fiber arrangements

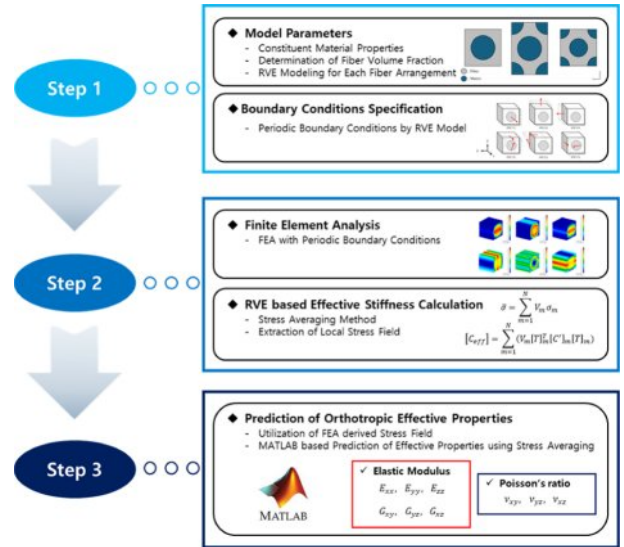


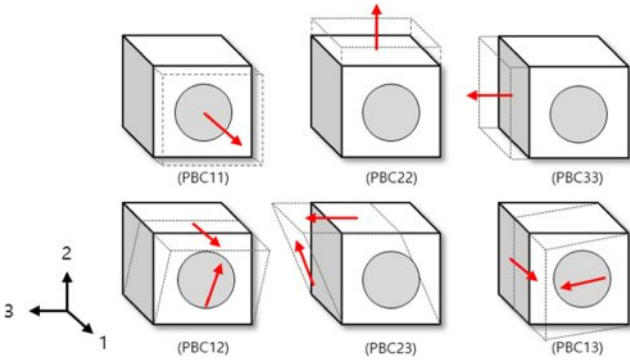
Fig. 3. FEA procedure for predicting effective properties of composites

하학적 요인을 충분히 반영하기에는 한계가 존재한다. 이러한 한계를 보완하기 위해 대표체적요소를 기반으로 한 유한요소해석이 활용된다. 대표체적요소는 복합재료의 미시구조적 특성을 반영하여 거시적 물성을 예측할 수 있는 최소 단위 체적을 의미하며, 주기 경계조건을 적용함으로써 무한히 반복되는 미시 구조를 근사화 할 수 있다. 이를 통해 RVE 내부의 국소 응력 및 변형률 분포를 계산한 후 체적 평균을 통해 각 수준에서의 등가 유효 물성을 산출한다.

본 연구에서는 단일방향 복합재료의 물성을 산출하기 위해 MSC.Patran 프로그램을 통해 RVE 모델을 생성하고, MSC.Nastran 프로그램을 활용하여 유한요소해석을 수행하였다. 해석 대상은 Fig. 2에 제시된 각 배열에 따른 RVE 모델이며, 해석 절차는 Fig. 3과 같다. 먼저 구성성분의 물성과 섬유 체적분율을 정의하고, 섬유 배열 형상에 따른 RVE 모델에 주기 경계조건을 적용하여 유한요소해석을 수행하였다. 이후 도출된 국소 응력 및 변형률 분포 결과를 응력 평균화 기법(Stress Averaging Method)을 통해 환산하여 방향별 유효 물성을 산출하였다.

Table 1. Periodic boundary conditions

PBC11 (longitudinal direction)	$\varepsilon_{11} = 0.001, \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = 0$ $\gamma_{12} = \gamma_{23} = \gamma_{13} = 0$
PBC22 (transverse direction)	$\varepsilon_{22} = 0.001, \varepsilon_{11} = \varepsilon_{33} = 0$ $\gamma_{12} = \gamma_{23} = \gamma_{13} = 0$
PBC33 (transverse direction)	$\varepsilon_{33} = 0.001, \varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = 0$ $\gamma_{12} = \gamma_{23} = \gamma_{13} = 0$
PBC12 (in-plane shear)	$\gamma_{12} = 0.001, \gamma_{23} = \gamma_{13} = 0$ $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = 0$
PBC23 (out-of-plane shear)	$\gamma_{23} = 0.001, \gamma_{12} = \gamma_{13} = 0$ $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = 0$
PBC13 (out-of-plane shear)	$\gamma_{13} = 0.001, \gamma_{12} = \gamma_{23} = 0$ $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = 0$

**Fig. 4.** RVE models with applied periodic boundary conditions

2.3.1 주기 경계조건

단일방향 복합재료의 RVE 모델에서 유효 물성을 도출하기 위해서는 적절한 경계조건 설정이 필수적이다. 본 연구에서는 무한히 반복되는 미시구조를 근사하기 위해 주기 경계조건(Periodic Boundary Condition, PBC)을 적용하였다. 주기 경계조건은 반복단위격자의 양쪽 경계면이 동일한 변형률 상태를 유지하도록 하여 모델이 실제 무한히 배열된 섬유 구조로 나타나게 한다. 해석은 인장 방향 세 가지와 전단 방향 세 가지로 총 여섯 가지 변형률 상태로 선정하였다. 각 경계조건은 Table 1에 정리되어 있으며 Fig. 4는 이에 따른 주기 경계조건 적용 예시를 나타낸다. Xia 등 [10,11]은 단일방향 복합재료의 반복단위격자에 대한 유한요소해석을 수행하기 위한 주기 경계조건을 식 (13)과 같이 정의하였다. 이를 위해 반복단위격자의 양쪽 경계면 변위 차이를 해당 방향의 평균 변형률과 격자 길이에 비례하도록 수행하였다.

$$u_i^{j+} - u_i^{j-} = \bar{\varepsilon}_{ik} (x_k^{j+} - x_k^{j-}) = \bar{\varepsilon}_{ik} \Delta x_k^j \quad (13)$$

여기서 상첨자 j^+ 와 j^- 는 반복단위격자에서 서로 평행하게 마주하는 두 개의 경계면을 의미한다. 즉, u_i^{j+} 는 i 축에 대하

여 수직인 두 개의 경계면 중에서 양의 방향에 위치한 면의 변위, u_i^{j-} 는 음의 방향에 위치한 면의 변위를 의미한다. $\bar{\varepsilon}_{ik}$ 는 반복단위격자의 방향별 평균 변형률, Δx_k^j 는 반복단위격자에서 k 축에 대하여 수직인 두개의 경계면 중에서 양의 방향에 위치한 면인 x_k^{j+} 와 음의 방향에 위치한 면인 x_k^{j-} 사이의 거리를 의미한다.

식 (13)을 Table 1과 같이 유한요소해석의 경계조건으로 적용하기 위한 방법은 다음과 같다. 예를 들어 RVE 모델의 $\Delta x_k^j = 1$ 이며 $\bar{\varepsilon}_{ik} = 0.001$ 이라면, 각 방향별 면에서의 변위를 알 수 있다. 이를 PBC11 조건으로 RVE 모델에 적용하면, x^+ 면에는 $u_x^{j+} = 0.001$ 을 그리고 x^- 면에는 $u_x^{j-} = 0$, y^+ 면에는 $u_y^{j+} = 0$, z^+ 면에는 $u_z^{j+} = 0$ 과 같다. 같은 방식으로 RVE 모델에 총 6가지 주기경계조건을 적용하여 방향별 평균 응력을 도출할 수 있다.

2.3.2 응력 평균화 기법

대표체적요소 기반 유한요소해석에서는 국소적으로 비균질한 응력장과 변형률장이 발생한다. 그러나 상위 스케일 해석에서는 등가의 균질한 재료 물성이 필요하므로, 해석 결과를 체적 평균하여 유효 강성을 도출하는 과정이 요구되며 이를 응력 평균화 기법[12,13]이라고 한다. 다음 식 (14)-(20)와 같다.

$$\bar{\sigma} = [C_{eff}] \bar{\varepsilon} \quad (14)$$

$$\bar{\sigma} = \sum_{i=1}^N V_i \sigma_i \quad (15)$$

$$\sigma_i = [T]_i^T \sigma'_i \quad (16)$$

$$\sigma'_i = C'_i \varepsilon'_i \quad (17)$$

$$\varepsilon'_i = T_i \varepsilon_i \quad (18)$$

$$\varepsilon_i = \bar{\varepsilon} \quad (19)$$

$$[C_{eff}] = \sum_{i=1}^N (V_i [T]_i^T [C]_i [T]_i) \quad (20)$$

여기서 $\bar{\sigma}$ 는 RVE 전체의 평균 응력을 의미하고, $\bar{\varepsilon}$ 는 평균 변형률, C_{eff} 는 유효 강성 행렬, i 는 복합재의 상 개수, $[T]_i$ 은 좌표 변환 행렬, σ 와 ε 은 각 상에서의 국소 좌표계 응력과 변형률을 의미한다.

2.4 구성 성분 물성

다양한 소재에 따른 균질화 모델의 예측 성능을 정량적으로 비교하기 위하여 본 연구에서는 CFRP, GFRP, MMC 총 세 가지의 복합재료를 분석 대상으로 선정하였다. 섬유 강

Table 2. Material Properties

Material		E_{11} [GPa]	E_{22} [GPa]	G_{12} [GPa]	ν_{12}
MAT#1 [14]	CFRP				
	IM7 (Fiber)	303	15.2	9.65	0.20
MAT#2 [15]	GFRP				
	E-glass (Fiber)	74	74	30.8	0.20
MAT#3 [16]	MMC				
	Boron (Fiber)	379	379	172	0.10
	Al (Matrix)	68.3	68.3	26.3	0.31

성의 차이와 섬유와 기지 강성의 상대적 차이가 유효 물성 예측 결과에 고려하기 위해 이와 같이 재료를 선정하였으며, 적용된 물성 데이터는 Table 2와 같다.

3. 멀티스케일 균질화 모델 결과 및 분석

본 연구에서는 RoM, Halpin-Tsai, Chamis, Mori-Tanaka 총 네 가지의 멀티스케일 균질화 이론적 모델과 섬유 배열에 따른 SQ, HX, DM 형상의 세 가지 RVE 기반 수치적 모델을 적용하였다. 단일방향 복합재료의 유효 물성을 총 7개의 균질화 모델로 예측하였으며, 이를 Reference data [14,15,16]와 비교하였다. 여기서 RoM 모델은 Voigt 모델과 Reuss 모델에 따라 Upper Bound(UB)와 Lower Bound(LB)로 나타냈으며, Fig. 5-7과 같다.

중방향 탄성계수(E_{xx})는 소재와 관계없이 모든 모델에서 유사한 그래프를 형성했다. 하지만 Fig. 5의 CFRP(MAT#1)과 Fig. 6의 GFRP(MAT#2)의 경우, RoM(LB)모델에서 섬유 체적분율 0.8 이상부터 기울기가 급격하게 증가하지만, Fig. 7의 MMC(MAT#3)은 비교적 완만한 그래프 형상이 나타났

다. 이를 통해 MAT#1과 MAT#2는 섬유의 탄성계수가 기지의 탄성계수보다 20배 이상 큰 반면에 MAT#3은 2.21배로 섬유 체적분율의 증가에 따른 E_{xx} 그래프의 형상이 달라짐을 알 수 있다.

횡방향 탄성계수(E_{yy})는 균질화 모델과 소재에 따라 뚜렷한 차이가 나타났다. MAT#1과 MAT#3은 유사한 형태를 띠며 이론적 모델은 RoM(UB), Halpin-Tsai, Chamis, Mori-Tanaka, RoM(LB) 순으로 낮은 예측값을 보였다. 하지만 섬유 체적분율 0.6 이상에서는 Halpin-Tsai 모델과 Chamis 모델이 유사하게 수렴하였다. 수치적 모델은 SQ, HX, DM 순이며, 균질화 모델 중 Reference data와 가장 근사한 값을 예측한 모델은 SQ 모델로 MAT#1에서는 상대오차 0.23%,

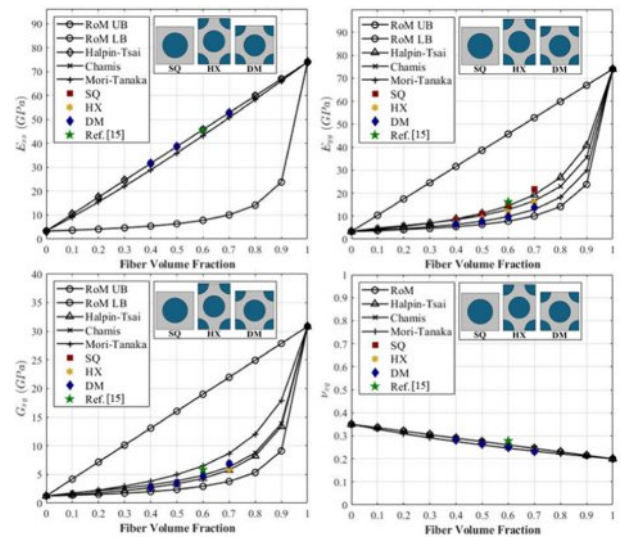


Fig. 6. Variation of predicted and reference data with fiber volume fraction for MAT#2

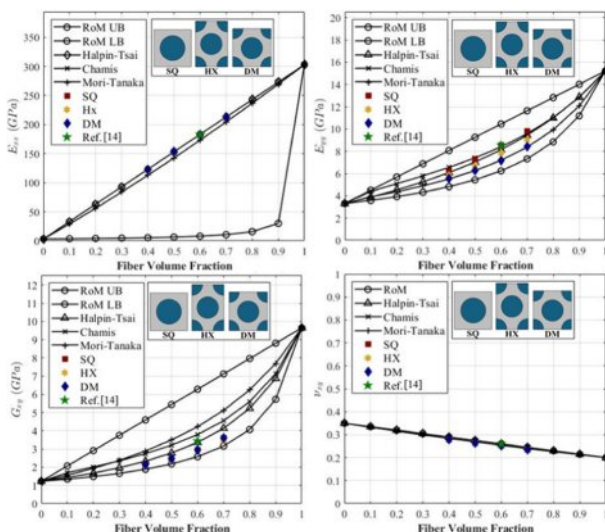


Fig. 5. Variation of predicted and reference data with fiber volume fraction for MAT#1

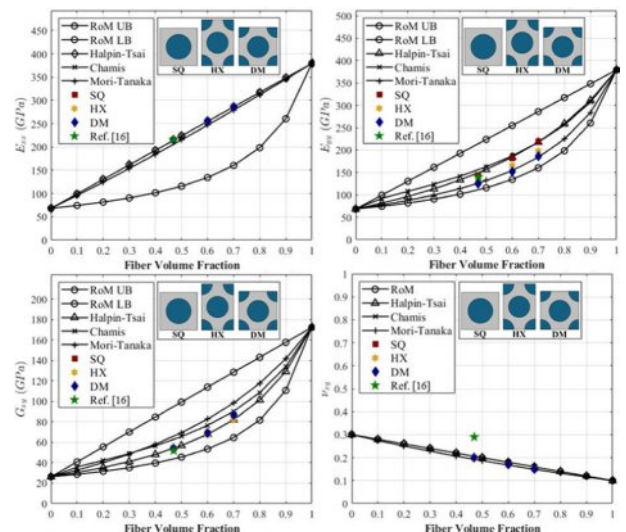


Fig. 7. Variation of predicted and reference data with fiber volume fraction for MAT#3

MAT#3에서는 3.71%를 보였다. MAT#2 이론적 모델은 RoM(UB), Halpin-Tsai, Chamis, Mori-Tanaka, RoM(LB) 순으로 수치적 모델은 SQ, HX, DM 순으로 낮은 예측값을 보였다. MAT#2 또한 SQ 모델이 가장 근사한 값을 예측하였지만, MAT#1과 MAT#3에 비해서는 큰 상대오차인 -7.68%를 보였다. 그래프의 형상은 MAT#1과 MAT#3은 완만한 상승곡선을 형성한 반면에 MAT#2는 섬유 체적분율 0.8 이상에서 급격하게 상승하는 그래프를 보였다. 이는 종방향 탄성계수에서와 같이 MAT#1과 MAT#3에 비해 MAT#2에서 섬유의 횡방향 탄성계수가 기지의 횡방향 탄성계수에 비해 커 이에 따른 그래프의 기울기 차이가 발생한 것으로 보인다. 결과적으로 횡방향 탄성계수의 예측값이 가장 정확한 균질화 모델은 SQ 모델이며, 이론적 모델은 소재에 따라 Chamis 모델과 Halpin-Tsai 모델임을 알 수 있다.

면내 방향 전단 탄성계수(G_{xy}) 또한, 소재별 차이가 뚜렷하게 나타났다. MAT#1의 경우, Halpin-Tsai 모델은 -2.27%의 가장 작은 상대오차를 보였지만, 다른 이론적 모델은 평균 상대오차 10% 이상을 수치적 모델은 평균 상대 오차 14% 이상이라는 큰 차이를 보였다. MAT#2에서도 Mori-Tanaka 모델과 RoM(LB) 모델을 제외하고는 평균 -21%의 큰 상대오차값을 보였다. MAT#3 역시, 수치적 모델은 평균 3.5%의 상대적으로 작은 오차를 보였지만, 이론적 모델은 평균 상대오차 15% 이상을 나타냈다. 이처럼 이론적 모델에서 큰 상대오차를 보이는 이유는 섬유와 기지의 계면 강성을 반영하지 않기 때문이다.

푸아송 비(ν_{xy})는 소재마다 모든 모델에서 유사한 그래프를 형성했다. 하지만 MAT#1에서는 전체 모델의 평균 상대오차가 +1.32%인 점과 달리 MAT#2의 경우에는 -18.95%, MAT#3에서는 -30.17%로 큰 차이를 보였다.

이처럼 멀티스케일 균질화 모델 분석으로는 MAT#1에서는 E_{xx} 와 E_{yy} 에서는 SQ가 우수한 성능을 보였고, G_{xy} 는 Halpin-Tsai 모델이 5% 미만의 예측값을 나타냈다. MAT#2와 MAT#3은 Halpin-Tsai 모델과 SQ 모델이 우수한 결과값을 보였다. 섬유 체적분율에 따른 결과는 방향별 탄성계수와 전단

계수 측면에서 섬유와 기지 물성의 상대적 차이가 섬유 체적분율이 증가할수록 눈에 띄게 나타나는 점을 볼 수 있었다.

4. 멀티스케일 균질화 모델 결과 요인 분석

4.1 이론적 모델 결과 요인 분석

멀티스케일 이론적 균질화 모델의 예측값은 동일한 소재에 한해서도 차이가 나타났다. 이를 규명하기 위해 민감도 분석을 통한 이론적 모델 간의 비교를 진행하였다. 몬테카를로 시뮬레이션 기반 피어슨 상관계수를 활용하여 동일한 소재인 MAT#1를 대상으로 네 가지 이론적 모델의 구성성분 물성과 유효 물성 간의 상관성을 정량적으로 분석하였다. 여기서 피어슨 상관계수는 변수 간의 선형 관계 정도를 통계적으로 나타내어 0에 가까운 값은 두 변수 간의 상관관계가 없음을 의미하고, ±1에 가까워질수록 양의 상관관계와 음의 상관관계가 강함을 정규화하여 정의한다. 입력 변수인 구성성분 물성에는 변동계수 0.06을 적용하여 총 1,000회 반복 계산을 수행하였으며, 이는 Table 3과 같다. 진행한 네 개의 이론적 모델에 대한 선형상관분석 결과는 Fig. 8과 같다.

선형상관분석 결과로 Fig. 8의 E_{xx} 에서는 섬유 종방향 탄성계수인 $E_{f,11}$ 과 높은 양의 상관($r \approx 1$)을 보였다.

이에 따라 이론적 모델들 간 E_{xx} 예측값은 Fig. 5-7과 같이 유사한 그래프 형상을 보임을 알 수 있다.

E_{yy} 의 경우에는 $E_{f,22}$ 와 E_m 가 높은 선형상관계수를 보이며, Halpin-Tsai 모델, Chamis 모델, Mori-Tanaka 모델, 그리고

Table 3. Material property variables considered in the MCS

Number of Samples	1000	
Coefficient of Variation	0.06	
Variable	Fiber	$E_{f,11}, E_{f,22}, G_{f,12}, \nu_{f,12}$
	Matrix	E_m, G_m, ν_m
	UD	$E_{xx}, E_{yy}, G_{xy}, \nu_{xy}$

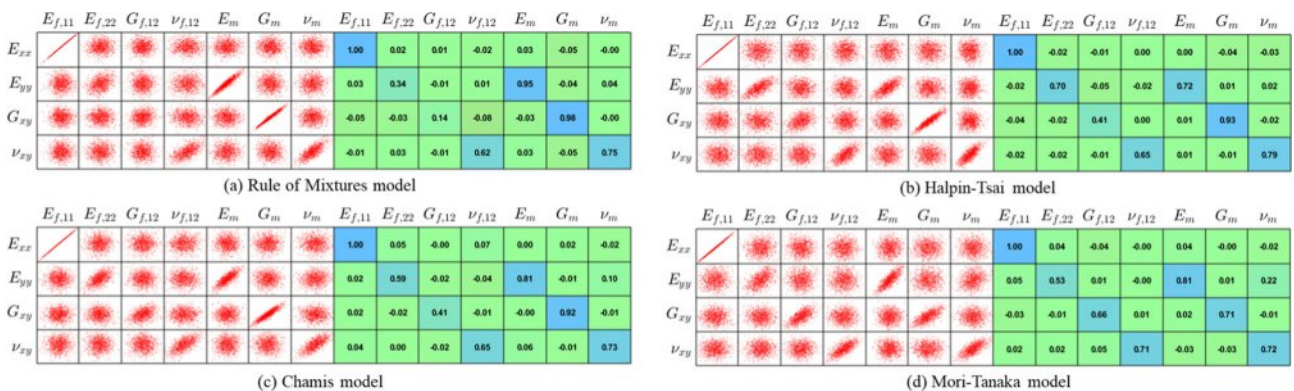


Fig. 8. Linear correlation analysis between constituent properties and effective properties of unidirectional composites

RoM 모델 순으로 선형상관계수가 작아지는 것을 알 수 있다. 이와 같이 RoM 모델에서 $E_{f,22}$ 의 영향이 가장 작고, 반대로 E_m 의 영향이 가장 크게 나타나는 이유는 식 (2)에서 E_{yy} 를 계산할 때 $E_{f,22}$ 가 E_m 보다 식에 미치는 영향이 상대적으로 적기 때문이다. 반면 Halpin-Tsai, Chamis, Mori-Tanaka 모델은 수식적으로 RoM 모델보다 섬유 영향력이 커지기 때문에 Fig. 8과 같은 상관계수 값을 보임으로 분석된다.

G_{xy} 의 결과 또한 E_{yy} 와 유사한 경향을 보였다. $G_{f,12}$ 와 G_m 이 모두 높은 상관성을 나타냈으며, $G_{f,12}$ 에 대한 선형상관계수가 높은 모델일수록 예측값 또한 크게 나타났다. 다만, E_{yy} 와 달리, Mori-Tanaka 모델의 선형상관계수가 가장 높았으며, 그 다음은 Chamis 모델, Halpin-Tsai 모델 그리고 RoM(LB) 순으로 확인되었다.

ν_{yy} 는 모든 모델에서 ν_m 가 가장 높은 값을 보였고, 그 다음으로는 $\nu_{f,12}$ 로 나타났다. Fig. 5에서의 ν_{xy} 그래프와 같이 모델별 큰 차이를 보이지 않았다.

4.2 수치적 모델 결과 요인 분석

섬유 배열 형상에 따른 모델에서의 예측값 차이가 크게 나타났던 E_{yy} 에서의 수치적 모델에 따른 결과 요인을 분석하고자 주요 응력 추출 지점에서의 국소 응력을 비교하였다. 이를 위해 Fig. 9와 같이 섬유 배열별 응력 분포를 비교하여 총 세 지점의 추출 지점을 선정하였으며, 이는 Fig. 10과 같다. 선정된 지점은 섬유 내부 중앙의 Center Point(CP),

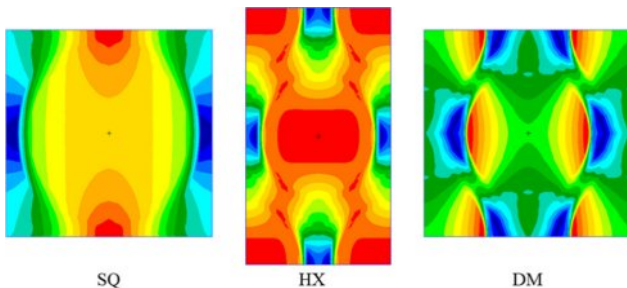


Fig. 9. Local stress distribution in the E_{yy} direction for different fiber arrangements

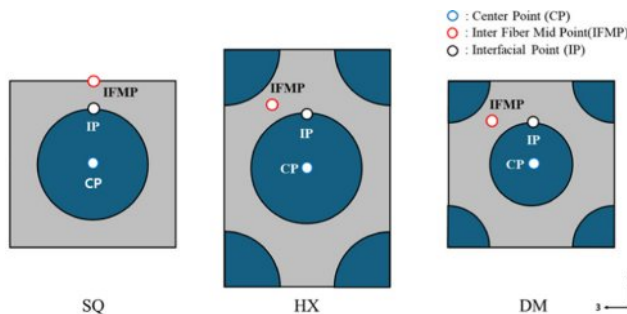
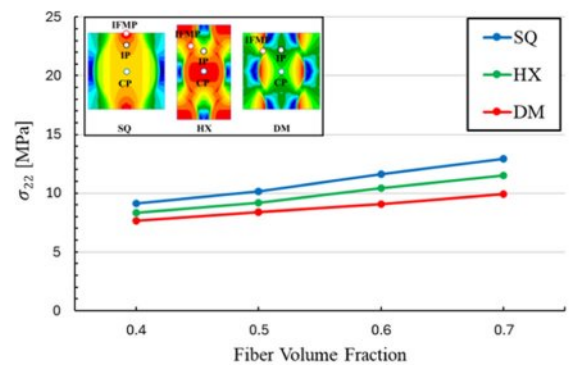


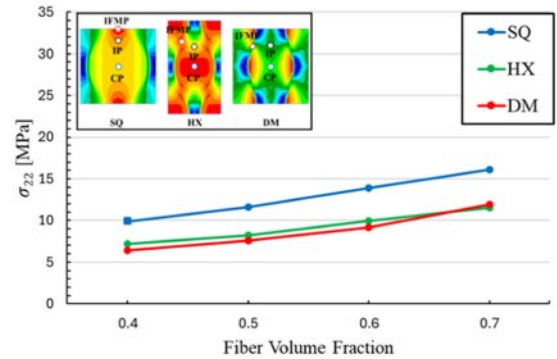
Fig. 10. Definition of selected evaluation points for different fiber arrangements

섬유 간의 가장 가까운 거리의 중점인 Inter Fiber Mid Point(IFMP) 그리고 섬유-기지 계면의 Interfacial Point(IP)이다.

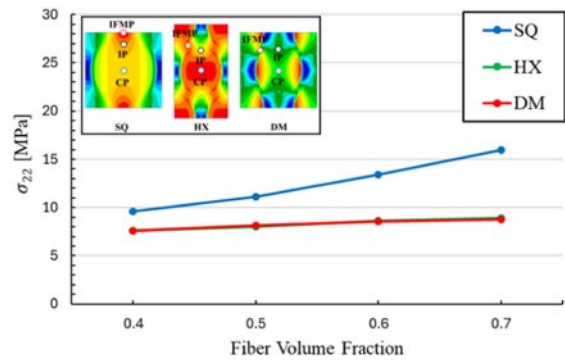
소재별 국소 응력 분석 결과는 다음과 같다. Fig. 11인 MAT#1과 Fig. 13인 MAT#3 그래프의 형상은 선형적으로 증가하는 반면, Fig. 12인 MAT#2의 그래프는 비선형적으로 상승하는 그래프 형상임을 알 수 있다. 이는 앞서 진행한 섬유 체적분율에 따른 균질화 모델 비교 그래프인 Fig. 5-7과 같이 소재별 섬유와 기지의 횡방향 탄성계수의 차이로 인해 섬유 체적분율이 높아질수록 MAT#2에서의 응력이 더욱 집중적으로 발생함을 의미한다.



(a) CP

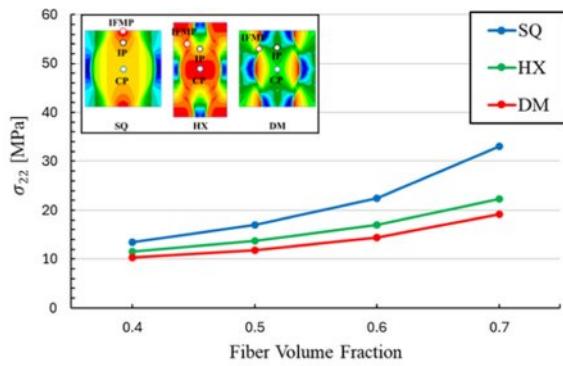


(b) IFMP

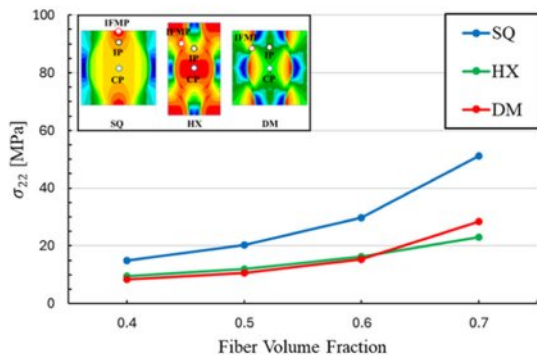


(c) IP

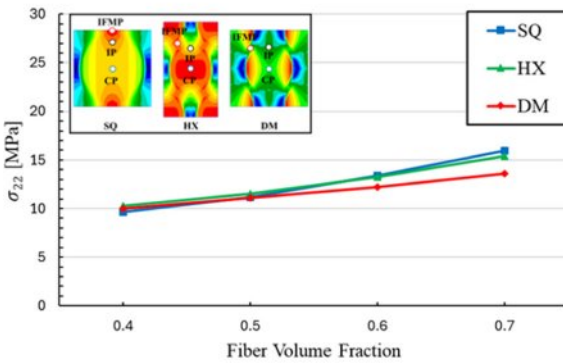
Fig. 11. Comparison of local stress distributions for different fiber arrangements in MAT#1



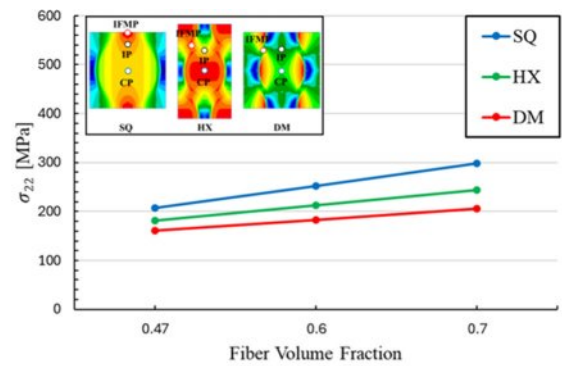
(a) CP



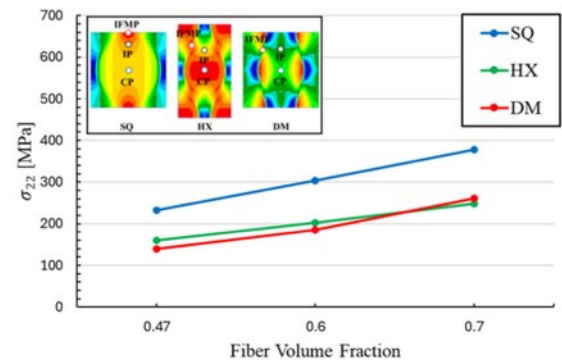
(b) IFMP



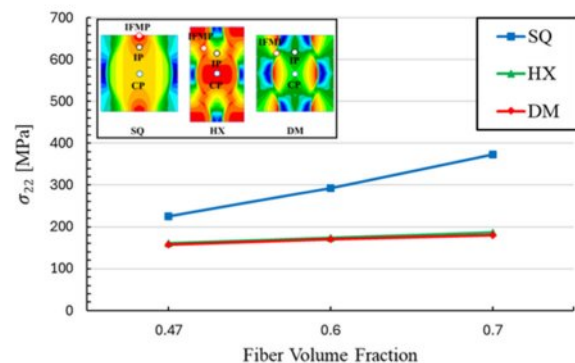
(c) IP



(a) CP



(b) IFMP



(c) IP

Fig. 12. Comparison of local stress distributions for different fiber arrangements in MAT#2

섬유 배열 형상에 따른 대표체적요소 모델별 국소 응력 분석 결과는 다음과 같다. 모든 그래프에서 SQ가 가장 높은 국소 응력을 나타냈다. 이는 섬유가 직교 격자 형태로 배열되어 있어 인접 섬유 간 거리가 짧고, 이에 따라 하중이 국소적으로 집중되기 때문이다. 반면, HX는 육각형의 6배 위 구조 특성에 의해 섬유 간 평균 거리가 멀어 SQ보다 작은 응력을 보인다. 그리고 DM의 경우에는 SQ의 45° 회전한 형태이기에 섬유 간 지지 방향이 회전되어 있어 하중 전달 경로가 비효율적이기에 제일 낮은 응력 분포를 보였으며, 이러한 국소 응력의 차이가 Fig. 5-7에서 확인된 수치적 모델별 예측 성능 차이의 주요 원인임을 확인하였다.

Fig. 13. Comparison of local stress distributions for different fiber arrangements in MAT#3

5. 결론 및 요약

본 연구에서는 네 가지 이론적 균질화 모델과 세 가지 수치적 모델을 대상으로 단일방향 복합재료의 유효 물성 예측값의 비교 및 분석을 수행하였다. 섬유의 물성 차이나 섬유와 기지 간의 물성 비율 차이가 결과값에 미치는 영향을 분석하기 위해 CFRP(MAT#1), GFRP(MAT#2), MMC(MAT#3)로 세 가지 소재를 활용하였다. 이에 따른 최적의 이론적 균질화 모델은 Chamis 및 Halpin-Tsai 모델이 높은 정확도를 보였으며, 수치적 모델은 SQ가 가장 근사한 값을 나타냈다. 하지만 MAT#2의 경우에는 섬유와 기지의 물성 편차가 심

해 10% 이상이라는 상대적으로 큰 오차값을 보였다.

이론적 모델에서의 구성성분 물성과 유효 물성 간의 상관성을 분석하기 위한 민감도 분석 결과는 단일방향 복합재료의 종방향 탄성계수(E_{xx})는 섬유 종방향 탄성계수(E_{f11})의 영향이 지배적이었다. 횡방향 탄성계수(E_{yy})는 섬유 횡방향 탄성계수(E_{f22})와 기지 탄성계수(E_m), 면내 방향 전단 탄성계수(G_{xy})는 섬유 전단계수(E_{f12}), 기지 전단계수(G_m)에 높은 선형상관계수를 가짐을 알 수 있었다.

수치적 모델의 경우에는 주요 응력 지점에서의 국소 응력을 추출하여 섬유 배열에 따른 유효 물성 예측값의 차이를 규명하였다. SQ는 국소 응력을 과대평가하는 경향을 보이며 가장 높은 수치를 보였고, HX는 육각형의 6배위 구조 특성에 의해 섬유 간의 거리가 SQ보다는 멀어지며 SQ보다는 낮은 예측값을 보였다. DM은 SQ를 45° 회전한 형태이기에 가장 작은 국소 응력 수치가 나타남을 알 수 있었다.

본 연구는 이론적 모델과 수치적 모델 간의 단일방향 복합재의 유효 물성 예측값을 비교하며 이론적 모델의 구성성분 물성과 유효 물성 간의 상관성을 분석하였고, 섬유 배열 형상에 따른 국소 응력 차이가 발생함을 규명하였다. 이는 향후 복합재 설계 및 최적화 과정에서 신뢰성 있는 물성 예측 기법을 선정하는 데 중요한 기준 데이터로 활용될 수 있을 것이다.

후 기

본 과제(결과물)는 2026년도 교육부 및 충청북도의 재원으로 충북 RISE센터의 지원을 받아 수행된 지역혁신중심대학지원체계(RISE)의 결과입니다. (2026-RISE-11-004-02)

REFERENCES

- Voigt, W., "Ueber die Beziehung zwischen den beiden Elasticitätsconstanten isotroper Körper," *Annalen der Physik*, Vol. 274, 1889, pp. 573-587.
- Halpin, J.C., "Effects of Environmental Factors on Composite Materials," *Tech Rep Afml Tr-67-423*, 1969.
- Chamis, C.C., "Mechanics of Composite Materials: Past, Present and Future," *NASA Technical Memorandum*, 1984.
- Eshelby, J.D., "The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 241, 1957, pp. 376-396.
- Mori, T., and Tanaka, K., "Average Stress in Matrix and Average Elastic Energy of Materials with Misfitting Inclusions," *Acta Metallurgica*, Vol. 21, 1973, pp. 571-574.
- Shizhen, Y., "Homogenized Moduli and Local Stress Fields of Random Fiber Composites under Homogeneous and Periodic Boundary Conditions," *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 96, 2022.
- Benjamin, R., "A Review of Micromechanics-Based Models for Effective Elastic Properties of Reinforced Polymer Matrix Composites," *Composite Structures*, Vol. 200, 2018, pp. 607-619.
- Ahmed, E., "A Comparative Review of Multiscale Models for Effective Properties of Nano- and Micro-Composites," *Progress in Materials Science*, Vol. 137, 2023.
- Kim, M.J., and Kim, Y.H., "Thermo-mechanical Property Prediction and Parametric Evaluation of Woven Composites with Varying Weaving Architectures," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 27, 2025, pp. 2211-2225.
- Zihui, X., "On Selection of Repeated Unit Cell Model and Application of Unified Periodic Boundary Conditions in Micro-Mechanical Analysis of Composites," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, 2006, pp. 266-278.
- Zihui, X., "A Unified Periodical Boundary Conditions for Representative Volume Elements of Composites and Applications," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, 2003, pp. 1907-1921.
- Kim, M.J., and Kim, Y.H., "A Thermo-Mechanical Properties Evaluation of Multi-Directional Carbon/Carbon Composite Materials in Aerospace Applications," *Aerospace*, 2022.
- Kim, M.J., and Park, J.S., "Stiffness Prediction of Triaxial Braided Composites Accounting for Manufacturing Parameters," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 22, 2021, pp. 602-612.
- Jeong, J.Y., "Analysis of Micromechanical Behavior of Fiber-Reinforced Composites," *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers A*, Vol. 28, No. 10, 2004, pp. 1435-1450.
- Soden, P.D., "Lamina Properties, Lay-up Configurations and Loading Conditions for a Range of Fibre-Reinforced Composite Laminates," *Composites Science and Technology*, Vol. 58, 1998, pp. 1011-1022.
- Kenaga, D., "The Characterization of Boron/Aluminum Composite in the Nonlinear Range as an Orthotropic Elastic-Plastic Material," *Journal of Composite Materials*, Vol. 21, 1987, pp. 516-531.