

## 論文

### 복합재 적층판의 진동 제어를 위한 분포형 압전 감지기/작동기 설계 최적화

유정규\* · 박근영\*\* · 김승조\*

#### Design optimization of distributed piezoelectric sensor/actuator for vibration control of laminated composite plate

Jung-Kyu Ryou\*, Keun-Young Park\*\* and Seung-Jo Kim\*

#### ABSTRACT

Distributed piezoelectric sensor and actuator have been designed for efficient vibration control of laminated composite plate. Finite element method is used to model the structure that includes the piezoelectric sensor and actuator. Electrode pattern of the anisotropic piezoelectric film is optimized to enhance the performance of the transducer. To utilize the anisotropic characteristics of the piezoelectric film, various lamination angles of PVDF film are considered.

Electrode pattern over the entire surface of the plate is determined by deciding *on* or *off* of each electrode segment. Actuator design is based on the criterion of minimizing the system energy under a given initial condition. Sensor has been designed to minimize the observation spill-over. Modal forces for the control modes and the residual modes have been utilized as parameters for transducer characterization. Genetic algorithm, which is suitable for this kind of discrete problems, is used for optimization. Discrete LQG is used to generate control law for real time vibration control. Performance of the sensor, the actuator, and the integrated smart structure shows good agreement between analysis and experiment.

#### 초 록

복합재 적층판의 효율적인 진동 제어를 위한 분포형 압전 감지기와 작동기를 설계하였다. 유한요소법을 이용하여 압전 감지기와 작동기를 포함한 구조물을 모델링하였다. 압전 변환기의 성능을 향상시키기 위하여 이방성 압전 필름의 전극 패턴을 최적화하였다. 또한 압전 필름의 이방성을 활용하기 위하여 PVDF 필름의 다양한 적층각을 고려하였다.

판 구조물의 전 표면에 걸친 전극 패턴은 각각의 전극 조각을 유효 또는 무효 전극으로 구분함으로써 결정하였다. 작동기는 주어진 초기 조건에 대하여 시스템의 에너지를 최소화시키도록 설계하였으며, 감지기 설계시에는 관측 스피illo버의 최소화를 설계 조건으로 삼았다. 제어 모드와 비제어 모드의 모달 제어력을 변환기의 성능 평가를 위한 지수로 삼았다. 최적화 기법으로는 이산화 문제에 적합한 유전자 알고리즘을 사용하였다. 이산 LQG을 이용하여 제어를 설계하고 실시간 제어를 수행하였다. 압전 감지기, 작동기 및 이들 변환기를 포함한 일체 구조의 성능을 실험적으로 확인하고 계산 결과와 비교하였다.

\* 정회원, 서울대학교 항공우주공학과

\*\* 정회원, 현대자동차 승용1 연구소

### I. 서론

압전 재료는 구조물의 진동제어를 위한 감지기/작동기로 널리 사용되고 있다. 대표적인 압전 재료로는 압전 세라믹 (lead zirconate titanate ; PZT) 과 압전 폴리머 (polyvinylidene fluoride ; PVDF) 가 있다. PVDF는 PZT에 비하여 작동력이 작다는 단점을 갖고 있는 반면, 기계적으로 유연한 특성, 복잡한 전극 형상의 용이한 가공성 등의 장점도 지니고 있다. 본 연구에서는 PVDF를 사용하여 그 전극 형상을 이용한 공간 영역의 감지기와 작동기를 설계하고, 이를 복합재 적층판의 진동 제어에 적용하였다.

복합재 적층판 구조는 등방성 구조에 비해 모드 밀도가 높을 가능성이 높다. 모드 밀도가 높을수록 제어 모드와 비제어 모드가 근접해 있을 수 있다. 따라서 일종의 시간 영역에서의 필터인 제어를 설계할 때, 제어 모드에 대한 충분한 이득을 가져야 한다는 조건과 더불어 스펙트럼에 의한 비제어 모드의 불안정성[1]을 야기해서는 안된다는 조건을 동시에 만족시키기에는 어려움이 따른다. 일종의 공간 영역에서의 필터인 분포형 감지기/작동기는 이러한 어려움에 대하여 효율적인 대처 방안이 될 수 있다.

분포형 변환기에 관한 연구로서 Baliey와 Hubbard [2]는 공간 영역 필터의 개념을 도입하였다. Lee와 Moon[3]은 모달 변환기를 제안하고 유효 전극의 폭을 변화시킴으로써 이를 1차원 보 구조물에 적용하였다. PVDF의 이방성에 관한 연구로써 Lee[4]는 PVDF의 적층각을 이용하여 비틀림 모드를 감지하고 가진 할 수 있는 변환기를 고안하였다. Yu, Kang 그리고 Kim[5]은 PVDF의 적층각에 따른 제어 효과를 고찰하였다.

모달 변환기는 스펙트럼에 의한 불안정성을 극복하는 데에 매우 유망한 수단이지만 2차원 구조물에 적용하기가 어렵다는 단점을 가지고 있다. 본 연구에서는 유효 전극의 패턴을 최적화하는 방법을 통하여 모달 변환기의 개념을 2차원 구조물에 확장 적용시키는 실용적인 기법을 제안하였다.

### II. 시스템 모델

#### PVDF의 이방성과 전극형상의 효과

압전 감지기와 작동기의 특성은 서로 상호관계가

있다[6]. 즉, 특정 모드의 진동에 의하여 많은 양의 전하를 발생시키는 압전 감지기는 작동기로 사용될 때에 그 모드에 대하여 큰 작동력을 갖는다. 압전 감지기에서 발생하는 전하량,  $q$ 는 식(1)과 같다[6].

$$q = \int_S \left[ e_{31(xy)} \varepsilon_x + \bar{e}_{32(xy)} \varepsilon_y + \bar{e}_{36(xy)} \frac{\gamma_{(xy)}}{2} \right] \dots \quad (1)$$

여기서  $S$ 는 유효 전극의 면적이고  $\bar{e}$ 는 압전 상수이며(부록 참조)  $\varepsilon$ 는 변형도이다. 위 식에서 보는 바와 같이 감지기가 위치하고 있는 부위의 변형도가 클수록 압전 감지기에 발생하는 전하량도 크다. 압전 감지기의 유효 전극 부위에서 변형도의 부호가 위치에 따라 다른 경우를 생각해 보자. 양의 변형도를 갖는 부위에서 발생한 전하는 음의 변형도를 갖는 부위에서 발생한 전하와 상쇄되어 전기적으로 연결된 유효 전극 부위에 유도된 총 전하량은 감소한다. 또한 압전 상수,  $\bar{e}_{3i(xy)}$ 는 이방성 PVDF의 적층각에 따라 변화한다. 따라서 유효 전극의 형상과 이방성 PVDF의 적층각은 압전 변환기의 특성에 중대한 영향을 미친다. 비슷한 맥락으로 PZT에서는 압전 변환기의 위치와 크기가 관심의 대상이 된다.

#### 구조물과 제어 환경 모델링

유한요소법을 이용하여 압전 감지기/작동기를 포함하고 있는 구조물을 모델링 하였다. 질량과 강성의 모델링에는 9개의 절점을 갖는 Reissner-Mindlin판 요소를 사용하였고, 압전 변환기를 개개의 판 요소 안에 분포한 전극을 많은 사각형의 전극 조각으로 나누어 모델링 하였다. 최적화 과정을 통하여 이 전극 조각을 유효 전극( $on$ ) 또는 무효 전극( $off$ )으로 구분한다. 무효 전극으로 결정된 부분의 전극은 제거되므로 이 부위의 압전재료는 감지거나 작동기로서의 역할을 하지 않는다. 모든 유효 전극 조각은 전기적으로 서로 연결된다. 예를 들어 Fig. 1과 같이 한 개의 판 요소 안에 4개의 전극 조각이 있는 경우를 생각해 본다. 전극 조각 ①, ②, ③이 유효 전극이고 ④가 무효 전극이면 이 판 요소의 작동력,  $B_a^e$ 는 식(2)와 같다.

$$B_a^e = 1 \times (B_a^{(1)} + B_a^{(2)} + B_a^{(3)}) + 0 \times B_a^{(4)} = \sum_i S(i) B_a^{(i)} \dots \dots \dots (2)$$

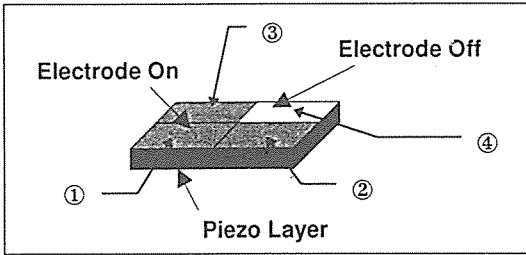


Fig. 1. A finite element with 4 electrode segments.

여기서  $B_a^{(i)}$ 는  $i$ -번째 전극 조각의 작동력 벡터이다.(부록 참조)  $S(i)$ 는 전극의 on 또는 off에 의해 1 또는 0의 값을 갖게 되며 전 유한 요소에 걸친 전극의 패턴을 결정하는 설계 변수이다.

구조물의 운동 방정식은 아래 식(3)과 같다.

$$M \ddot{u} + K u = B_a V_a \dots\dots\dots (3)$$

여기서 아래 첨자  $a$ 는 작동기를 나타낸다.  $u$ 는 변위 벡터,  $V_a$ 는 압전 작동기에 가해진 전압,  $M$ 과  $K$ 는 질량 행렬과 강성 행렬이다.(부록 참조) 식(3)을 모달 좌표계로 나타내고 각 모드에 대하여 0.1%의 모달 감쇠를 가정하였다. 효율적인 계산을 위하여 모드 축약 기법을 이용한다.

$$\ddot{\eta}_R + c_R \dot{\eta}_R + \Lambda_R \eta_R = \Phi_R^T B_a V_a \dots\dots\dots (4)$$

여기서  $c_R = \text{diag}(2\zeta_1\omega_1, \dots, 2\zeta_n\omega_n)$ ,  $\eta_R$ 은 모달 변위이며  $\Lambda_R = \text{diag}(\omega_1^2, \dots, \omega_n^2)$ 이다.  $\Phi_R$ 은 고유 벡터로 이루어진 행렬이다.  $\Phi_R^T B_a$ 를 단위 전압 당의 모달 작동력으로 정의하고 이를 압전 감지기와 작동기의 특성을 평가하는 지수로 사용한다.

압전 변환기의 작동력이  $B_s$ 인 경우 이 변환기가 감지기로 사용될 때 변형에 의해 유도되는 전하량은 식(5)와 같다.

$$q = B_s^T u \dots\dots\dots (5)$$

이득이  $1/C_a$ 인 전하 증폭기를 통하여 나타나는 감지기 출력 신호,  $y_{ca}$ 는 식(6)으로 표현된다.

$$y_{ca} = (1/C_a)B_s^T \Phi_R \eta_R \dots\dots\dots (6)$$

AD변환기 앞과 DA변환기 뒤에 저역 통과 필터를 사용하였다. 사용된 필터는 2차 butterworth 형식이다. 고려한 고전압 증폭기의 이득은  $K_a$ 이다. 필터 입출력 단의 상태 변수를 각각  $x_{fi}, x_{fo}$ 라고 하고 필터의 시스템 행렬을  $A_f, B_f, C_f$ 라 하면 제어를 제외한 전체 시스템의 방정식은 아래와 같이 상태 공간형으로 표현된다.

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{\eta}_R \\ \ddot{\eta}_R \\ \dot{x}_{fi} \\ \dot{x}_{fo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ -\Lambda_R & c_R & 0 & K_a \Phi_R^T B_a C_f \\ 1/C_a B_f B_s^T \Phi_R & 0 & A_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_f \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ B_f \end{bmatrix} V_a \dots\dots\dots (7)$$

$$y = [0 \ 0 \ C_f \ 0] z$$

실시간 제어를 위하여 구조물과 제어 환경을 나타내는 시스템 행렬의 크기를 제한 할 필요가 있으므로 중요한 구조 진동 모드만을 제어하기로 한다. 본 연구에서는 가장 낮은 2개의 모드를 제어 모드로 선택하여 제어를 설계하였다. Fig. 2는 전체 시스템의 구성을 보여준다. 저역 통과 필터의 차단 주파수는 구조물의 3차와 4차 고유 진동수 사이에서 설정하였다. 이와 같이 두개의 필터와 두개의 진동 모드를 포함하여 모두 8개의 상태 변수가 제어기 설계에 고려되었다. 모달 변위를 식(8)과 같이 제어 모드,  $\eta_c$ 와 비제어 모드,  $\eta_u$ 로 구분하였으며,

$$\eta_R = \begin{bmatrix} \eta_c \\ \eta_u \end{bmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

시스템의 상태 변수, ( $z$ )를 공칭부(nominal plant) 상태변수, ( $z_c$ )와 비제어 모드의 상태 변수, ( $z_u$ )로 구분하고 식(7)을 다시 쓰면 식(9)와 같다.

$$\dot{z}_c = \begin{bmatrix} \dot{\eta}_c \\ \ddot{\eta}_c \\ \dot{x}_{fi} \\ \dot{x}_{fo} \end{bmatrix} = A_c z_c + B_c V_a \dots\dots\dots (9a)$$

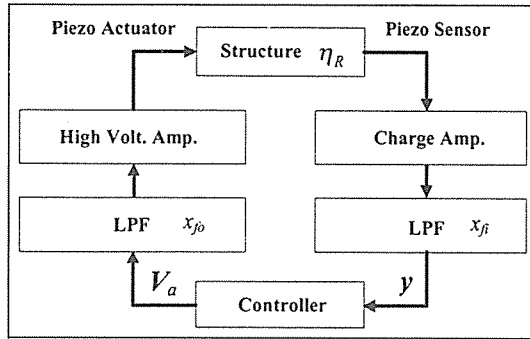


Fig. 2. Block diagram for the total system.

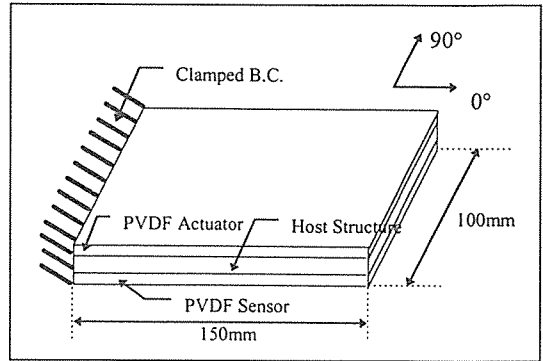


Fig. 3. Schematic view of the specimen.

$$\dot{\bar{z}}_u = \begin{bmatrix} \dot{\eta}_u \\ \ddot{\eta}_u \end{bmatrix} = A_u z_u + B_u V_a \dots\dots\dots (9b)$$

$$y = C_c z_c + C_u z_u \dots\dots\dots (9c)$$

여기서 아래 첨자,  $c$ 와  $u$ 는 각각 제어 모드와 비제어 모드를 나타낸다. 제어기 설계를 위하여 공칭부를 이산화하면 아래와 같다.

$$z_c(k+1) = \Phi_c(T_s) z_c(k) + \Gamma_c V_a(k) \dots\dots\dots (10)$$

$$y(k) = C_c \text{faz}_c(k)$$

여기서  $\Phi_c(T_s)$ 는 이산화 된 상태 천이 행렬이고  $T_s$ 는 샘플링 시간이다.

이산형 LQG기법[8]을 이용하여 아래와 같이 제어기를 설계하였다.

$$\bar{z}_c(k+1) = (\Phi_c(T_s) - \Phi_c(T_s) K_f C_c - \Gamma_c K_c) \bar{z}_c(k) + \Phi_c(T_s) K_f y(k) \dots\dots\dots (11)$$

$$V_a(k) = -k_c \bar{z}_c(k)$$

여기서  $\bar{z}_c$ 는 추정된 공칭부의 상태 변수,  $K_f$ 는 칼만 필터의 이득이고,  $K_c$ 는 LQR의 이득이다.

### III. 감지기와 작동기의 설계

PVDF의 적층각과 전극 패턴을 이용하여 감지기와 작동기를 최적화하였다. 전극 조각의 on 또는 off를 결정하는 최적화 기법으로는 유전자 알고리즘을 사용하였다[9]. 압전감지기와 작동기를 가진

일체 구조물의 형상은 Fig. 3과 같다.

복합재 적층판으로 구성된 기본 구조물의 적층 구성은  $[\pm 45^\circ]_8$ 이다. 일체 구조물의 제어 모드인 1차와 2차 모드의 형상을 Fig. 4에, 실험으로부터 얻은 1차부터 5차까지 다섯 모드의 고유 진동수는 Table 1에 수록하였다.

Fig. 4에서 보는 바와 같이 모드 형상이 중심선에 대하여 비대칭이다. 이것은 복합재 적층판 강성의 연성항,  $D_{16}$ 와  $D_{26}$  때문이다. 따라서 PVDF 변환기의 적층각이  $45^\circ$ 인 경우와  $-45^\circ$ 인 경우는 서로 다른 모드 별 특성을 갖는다. 본 연구에서는 다양한 PVDF적층각( $45^\circ, 30^\circ, 15^\circ, 0^\circ, -15^\circ, -30^\circ, -45^\circ$ )에 대하여 각각의 최적 전극 형상을 설계하였다.

고려한 구조물의 2차와 3차 고유 진동수가 매우 근접해 있다. 따라서 시간 영역에서의 필터로는 감지 및 작동 신호로부터 위상의 변화 없이 3차 모드로부터의 신호를 최소화하는 데에 어려움이 따른다. 2차 진동 모드까지를 효과적으로 제어할 수 있

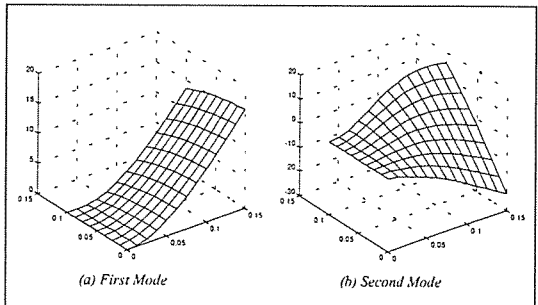


Fig. 4. Mode shapes of the integrated structure.

Table 1. Natural frequencies of the integrated structure from experiment

1 <sup>st</sup> mode	2 <sup>nd</sup> mode	3 <sup>rd</sup> mode	4 <sup>th</sup> mode	5 <sup>th</sup> mode
14.0 Hz	66.4 Hz	86.1 Hz	199.6 Hz	233.6 Hz

는 분포형 압전 변환기의 설계를 위해 아래와 같이 설계 기준을 선정하였다.

**감지기의 설계 기준**

제어 모드로부터의 감지 신호를 최대화하고 비 제어 모드로 부터의 감지 신호를 최소화하도록 감지기를 설계하였다. 즉, 1차와 2차 모드의 모달 작동력을 최대화하고 3차부터 5차까지의 모달 작동력을 최소화하기 위하여 아래와 같은 성능지수를 선정하였다.

$$J = \min(|\Phi_c^T B_s|) - \max(|\Phi_c^T B_s|) \dots\dots\dots (12)$$

여기서 아래 첨자  $c$ 와  $u$ 는 각각 제어 모드와 비 제어 모드를 나타낸다.

**작동기의 설계 기준**

시스템의 제어 모드가 갖는 에너지를 최소화하기 위하여 작동기의 성능 지수를 아래와 같이 선정하였다.

$$J = E(0) / \int_0^\infty (\dot{\eta}_c^T \dot{\eta}_c + \eta_c^T \Lambda_c \eta_c + \rho V_a^T V_a) dt \dots\dots (13)$$

여기서  $E(0)$ 는 시스템의 초기 에너지를 나타내고,  $V_a$ 는 제어 입력,  $\rho$ 는 제어 입력에 대한 가중치이다. 이 가중치는 작동기 설계 결과에 영향을 미치지 않는다.

초기 에너지의 제어 모드별 비율을 변화시켜 특정 제어 모드의 작동력을 조절할 수 있다. 즉, 초기 조건이 순수 1차 모드 형상이면 1차 모드의 작동력이 최대화 된다. 제어 모드의 모달 작동력이 큰 작동기를 사용하면 시스템의 에너지를 빠른 시간에 감소시킬 수 있다.

**설계 결과 및 검토**

PVDF의 여러가지 적층각에 대하여 각각의 최

적 전극 패턴을 설계하고 모달 작동력을 비교하였다. 초기 조건으로는 순수 1차 모드 형상과 순수 2차 모드 형상을 사용하였다. Fig. 5에는 최적 전극 패턴(Optimized로 표시)이 가지는 모달 작동력의 적층각에 따른 변화를 보이고 있다. 비교를 위하여 최적화 과정을 거치지 않고 기본 구조물의 전 표면을 유효 전극으로 덮은 경우(AC로 표시)의 모달 작동력을 함께 수록하였다. 1차 모드 형상을 초기조건으로 한 Fig. 5A의 결과를 살펴보면 최적화 된 결과와 AC의 결과 사이에 차이가 거의 없다. 이것은 1차 모드의 경우 구조물의 전 표면에 걸쳐 변형도의 부호가 같기 때문이다. 앞에서 언급한 바와 같이 양의 적층각에 대한 모달 작동력은 음의 적층각을 갖는 경우와 다른 것을 확인할 수 있다. 2차 모드 형상을 초기조건으로 사용한 Fig. 5B의 경우에는 양의 적층각과 음의 적층각의 결과에 비대칭성이 뚜렷하게 나타난다. 또한 최적화에 의해 모달 작동력이 증가한 것을 볼 수 있다. Fig. 4에서 볼 수 있는 바와 같이 구조물의 2차 모드 형

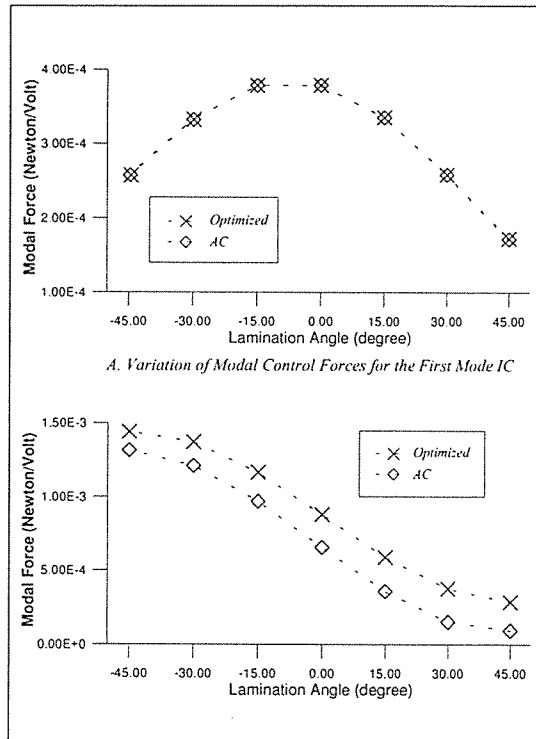


Fig. 5. Variation of modal control force by lamination angle and electrode shape.

상이 +45° 보다 -45° 방향으로 더 유연하기 때문에 최대의 모달 작동력은 적층각이 -45°일 때 얻을 수 있다.

위에서 언급한 설계 기준에 따라 본 연구에서 고려한 구조물에 사용할 PVDF 작동기 [A2 (-30°)로 표시]와 PVDF 감지기 [S (-15°)로 표시]를 선정하였다. 이들 압전 감지기와 작동기의 전극 형상은 Fig. 6과 같다. 또한 이들 압전 변환기의 모달 동작력을 Table 2에 수록하였다.

Fig. 6에서 검은 색으로 나타낸 유효 전극 조각은 모두 전기적으로 연결되며, 흰색 부분의 전극은 제거된다. 사용된 작동기 [A2(-30°)]는 2차 모드 형상을 초기조건으로 하고 적층각이 -30°인 경우의 최적화 결과이고, 감지기 [S(-15°)]는 -15°의 적층각에 대하여 최적화된 결과이다.

전극 패턴 최적화의 효과를 살펴 보기 위하여 Table 2에 전 표면이 유효 전극으로 덮여 있고 적층각이 각각 -15°와 -30°인 경우 [AC(-15°)]과 [AC(-

Table 2. Modal force from various electrode pattern

mode	AC(-15°)	AC(-30°)	A2(-30°)	S(-15°)
1st	-3.7871e-4	-3.3355e-4	-2.7252e-4	-3.0736e-4
2nd	9.7002e-4	1.2114e-3	1.3716e-3	5.4544e-4
3rd	-7.0975e-4	-3.5084e-4	-5.7741e-4	-4.9298e-6
4th	-1.7810e-3	-2.1646e-3	-1.9190e-3	2.8636e-6
5th	-8.0549e-4	-2.9311e-4	2.1256e-4	1.7926e-6

30°)]에 대한 모달 작동력을 함께 수록하였다. S(-15°)와 AC(-15°)를 비교하면 전극 패턴 최적화에 의하여 비제어 모드로부터 나오는 출력 신호를 제어 모드로부터의 신호에 비하여 무시할 수 있을 정도로 (-36 dB) 줄일 수 있음을 볼 수 있다. 따라서 관측 스펙오버를 피하는 데에 유리하게 된다. 작동기의 특성에 관해서는 최적화된 A2(-30°)이 AC(-30°)보다 더 큰 2차 모드 작동력을 가지고 있는 것을 볼 수 있다.

#### IV. 실험

최적화된 압전 감지기 및 작동기의 설계 결과와 이를 포함한 일체 구조물의 성능을 확인하기 위하여 실험을 수행하였다. 충격 헤머 시험을 통하여 설계된 압전 변환기의 전달함수를 얻었으며 이를 수치 계산 결과와 비교하였다. 실시간 진동 제어 실험을 통해 구조물의 진동을 제어하고 폐회로의 전달함수를 얻었다.

#### 시편 제작

복합재 적층판은 국산 탄소섬유/에폭시 프리프레그(HFG HT145/RS 1222)를 이용하여 제작하였다. 프리프레그의 공칭 두께는 0.125mm이다. 적층판의 제작 시에는 제작 회사에서 추천하는 경화 공정을 따랐다. 사용된 PVDF의 두께는 52μm이다. Table 3에는 사용된 재료의 기계적, 전기적 특성을 수록하였다.

PVDF 변환기의 제작 과정은 다음과 같다: PVDF 필름의 표면에 감광제를 고르게 바른 후 온도가 조절되는 오븐에서 건조시킨다. 최적화된 전극 패턴의 음화를 통하여 감광 시킨 후 현상과 정척 과정을 걸쳐 유효 전극 부위에 보호 피막을 남긴다. 노출된 구리-니켈 진공 증착 피막을 열화 제

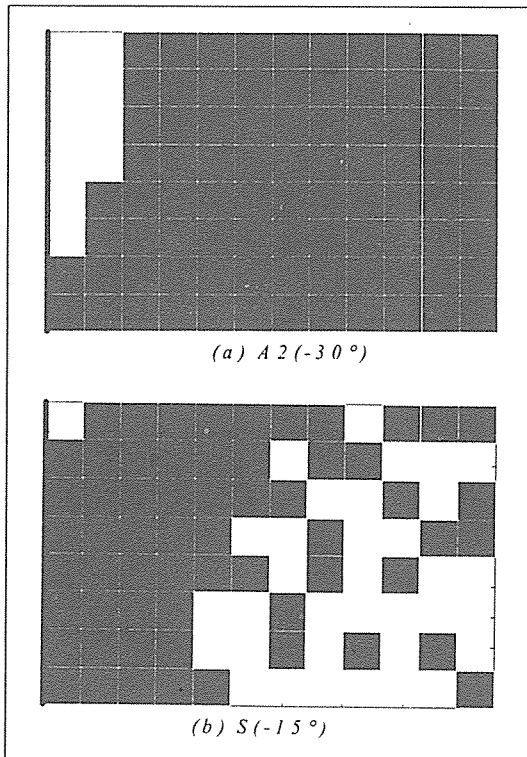


Fig. 6. Electrode patterns of the optimized transducers (L.H. S edges are fixed boundary).

Table 3. Material properties of prepreg and PVDF

Graphite/Epoxy prepreg		PVDF film	
$E_{11} =$	122.5 GPa	$E =$	3.0 GPa
$E_{22} =$	7.9 GPa	$\nu =$	0.33
$G_{12} =$	7.2 GPa	$t =$	0.052 mm
$G_{13} =$	7.2 GPa	$\rho =$	1780 Kg/m <sup>3</sup>
$G_{23} =$	3.6 GPa	$d_{31} =$	$23 \times 10^{-12}$ V/m
$\nu_{12} =$	0.329	$d_{32} =$	$3 \times 10^{-12}$ V/m
$t =$	0.125 mm		
$\rho =$	1520 Kg/m <sup>3</sup>		

이철 용액을 사용하여 부식 시키고 물로 씻는다. 에폭시 접착제를 이용하여 PVDF 감지기와 작동기를 적층판의 양면에 각각 접착한다. 전선을 연결하고 구조물의 고정을 위한 블록을 부착하여 시편을 완성한다.

**실험 구성**

전체적인 실험 구성은 Fig. 7과 같다. 전하 증폭기의 이득은  $10^8$  Volt/Farad 이고 저역 통과 필터의 차단 주파수는 100 Hz 이다. 압전 감지기 신호는 제어기 앞에 위치한 AD 변환기에서 초당 5000번 샘플링 하였다. 제어를 통해 나오는 제어 입력 신호는  $\pm 4$  Volt로 제한하였고, 이 신호를 이득이 100 Volt/Volt 인 고전압 증폭기를 통하여 압전 작동기에 가하였다.

충격 해머에서 얻은 힘과 감지기에서 얻은 신호를 고속 푸리에 변환기에서 처리하여 전달함수를 얻었다.

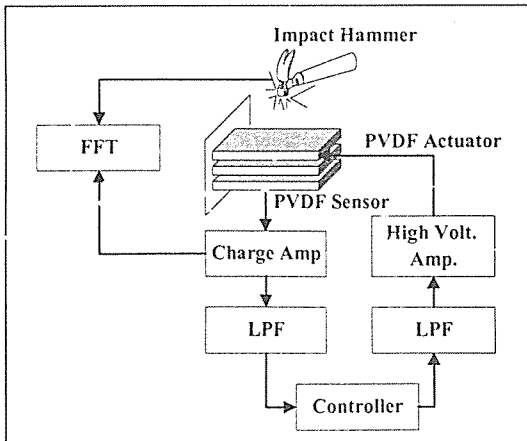


Fig. 7. Experimental Setup.

**실험 결과 및 검토**

Fig. 8은 실험을 통하여 얻은 전달함수이다. 이 결과를 Table 2의 모달 작동력과 비교해 보면 본 압전 변환기의 특성이 유한요소 해석 결과와 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 최적 설계된 압전 감지기,  $S(-15^\circ)$ 를 이용하면 제어 모드로부터의 신호를 비제어 모드에 의한 신호로부터 차별화하여 얻을 수 있다. 또한 최적 설계된 압전 작동기는 본 구조물의 2차 진동 모드를 효과적으로 가진 할 수 있음을 알 수 있다. 본 작동기는 상당한 크기의 고차 모드의 작동력도 가지고 있다. 하지만 함께 사용하고 있는 감지기는 고차의 비제어 모드에 의한 불안정성을 억제 또는 지연시키는 역할을 한다. Fig. 8(c)의 폐회로 전달함수를 Fig. 8(a)의 개회로 전달함수와 비교하면 제어에 의한 진동 감소 효과를 확인할 수 있다. 1차와 2차 모드 진동에 대한 제어 효과는 각각 9 dB와 11 dB이다.

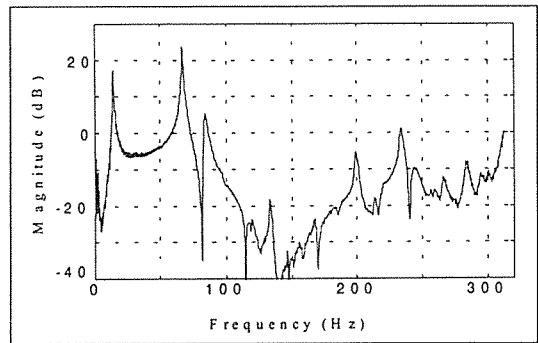


Fig. 8(a). Open-loop Transfer Function of Optimized Sensor,  $S(-15^\circ)$ .

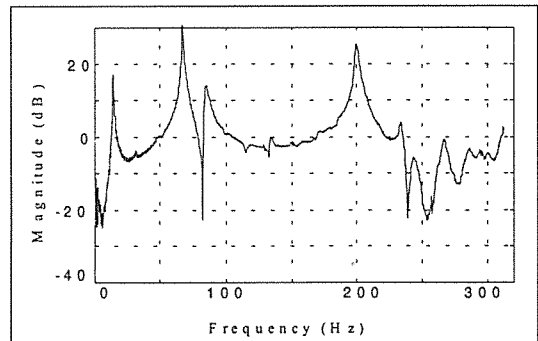


Fig. 8(b). Open-loop Transfer Function of Optimized Actuator,  $A2(-30^\circ)$ .

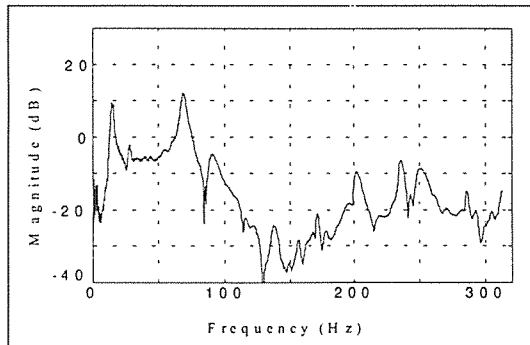


Fig. 8(c). Closed-loop Transfer Function of the Integrated Structure.

### V. 결 론

복합재 적층판으로 구성된 구조물의 진동 제어에 효과적인 공간 영역의 분포형 압전 감지기/작동기의 설계 방법을 제안하였다. PVDF 필름의 이방성과 유효 전극의 패턴을 이용하여 최적의 압전 변환기를 설계하였다. 이는 모달 변환기의 개념을 2차원 구조에 확장한 것이다. 또한 PVDF의 적층 각도가 변환기의 특성에 미치는 영향을 고찰하였다.

감지기는 관측 스펙트럼의 최소화를 설계 기준으로 하였으며, 작동기는 특정 모드의 제어력을 최대화 하도록 설계하였다. 최적 설계 결과, 비제어 모드로부터의 신호를 현저하게 감소시킬 수 있었으며 제어 모드의 작동력을 최대화 할 수 있었다.

설계된 감지기와 작동기의 성능을 실험적으로 확인하였다. 실험 결과와 유한요소 해석 결과는 좋은 일치율을 보였다. 또 이들 압전 변환기를 포함한 일체 구조물의 실시간 진동 제어 효과를 실험적으로 확인하였다.

### 후 기

이 논문은 1996년도 한국학술진흥재단의 공과 과제 연구비에 의하여 연구되었음.

### 참 고 문 헌

1. Mark J. Balas, "Feedback Control of Flexible Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-23, No. 4, 1978, pp. 673-679.
2. T. Bailey and J.E. Hubbard, Jr., "Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control of a Cantilever Beam," *J. Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 8, No. 5, 1985, pp.605-611.
3. C.K. Lee and F. C. Moon, "Modal Sensors/Actuators," *J. of Applied Mechanics*, Vol. 57, 1990, pp.434-441.
4. C.K. Lee and and F.C. Moon, "Laminated Piezoelectric Plates for Torsion and Bending Sensors and Actuators," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 85, 1989, pp.2432-2439.
5. Jeong-Yoel Yu, Woo-Young Kang, and Seung-Jo Kim, "Elastic Tailoring of Laminated Composite Plate by Anisotropic Piezoelectric Polymers - Theory, Computation, and Experiment," *J. of Composite Materials*, Vol. 29, No. 9, 1995, pp.1201-1221.
6. C.K. Lee, "Piezoelectric laminates : Theory and Experiments for Distributed Sensors and Actuators," *Intelligent Structural Systems*, Kluwer Academic Pub., 1992, pp.75-167.
7. S. Devasia, T. Meressi, B. Paden, and E. Bayo, "Piezoelectric Actuator Design for Vibration Suppression : Placement and Sizing," *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 16, No. 5, 1993, pp.859-864.
8. J.M. Maciejowski, *Multivariable Feedback Design*, Addison-Wesley, 1989.
9. David E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning*, Addison-Wesley, 1989.





## 부 록

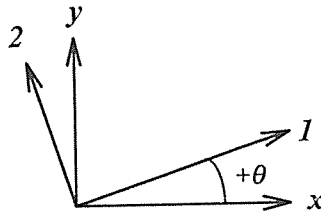
### 1. 압전 상수의 좌표에 따른 변화

압전 재료의 on-axis 좌표계에서의 압전 응력 상수(행렬)를  $e$ , 압전 변형도 상수를  $d$ 라 하면, 등방성 압전 재료에서 이들의 관계는 아래와 같다.  $C$ 는 압전 재료의 강성 행렬이고  $E$ 는 영율,  $\nu$ 는 프와송비이다.

$$e = \begin{bmatrix} e_{31} \\ e_{32} \\ e_{36} \end{bmatrix} = C d = \begin{bmatrix} E/(1-\nu^2) & \nu E/(1-\nu^2) & 0 \\ & E/(1-\nu^2) & 0 \\ sym. & & E/2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{31} \\ d_{32} \\ d_{36} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (d_{31} + \nu d_{32})E/(1-\nu^2) \\ (\nu d_{31} + d_{32})E/(1-\nu^2) \\ d_{36}E/2(1+\nu) \end{bmatrix}$$

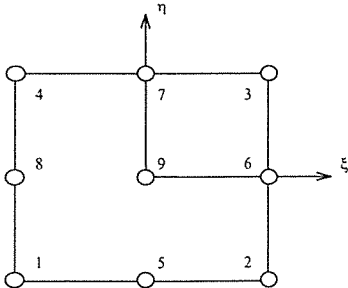
그림과 같이 회전된(off-axis)  $xy$ -좌표계에서의 압전 응력 상수,  $\bar{e}$ 는 좌표 변환 행렬,  $T$ 에 의해 아래와 같이 표현된다. 여기서  $m = \cos\theta$ ,  $n = \sin\theta$ 이다.

$$e = \begin{bmatrix} e_{31(xy)} \\ e_{32(xy)} \\ e_{36(xy)} \end{bmatrix} = T e = T C d = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & -2mn \\ n^2 & m^2 & 2mn \\ mn & -mn & m^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E/(1-\nu^2) & \nu E/(1-\nu^2) & 0 \\ & E/(1-\nu^2) & 0 \\ sym. & & E/2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{31} \\ d_{32} \\ d_{36} \end{bmatrix}$$



### 2. 유한 요소의 질량, 강성 행렬 및 작동력 벡터

본 연구에서 사용한 아래 그림과 같은 9절점 Reissner-Mindlin 판 요소의 질량 행렬 ( $M^e$ ), 강성행렬 ( $K^e$ ) 및 판 요소 안의 전극 조각의 작동력 벡터 ( $B_i^0$ )는 아래와 같다.



$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \frac{1}{4}(\xi^2 - \xi)(\eta^2 - \eta), & \Psi_5 &= -\frac{1}{2}(\xi^2 - 1)(\eta^2 - \eta) \\ \Psi_2 &= \frac{1}{4}(\xi^2 + \xi)(\eta^2 - \eta), & \Psi_6 &= -\frac{1}{2}(\xi^2 + \xi)(\eta^2 - 1) \\ \Psi_3 &= \frac{1}{4}(\xi^2 + \xi)(\eta^2 + \eta), & \Psi_7 &= -\frac{1}{2}(\xi^2 - 1)(\eta^2 + \eta) \\ \Psi_4 &= \frac{1}{4}(\xi^2 - \xi)(\eta^2 + \eta), & \Psi_8 &= -\frac{1}{2}(\xi^2 - \xi)(\eta^2 - 1) \\ & & \Psi_9 &= (\xi^2 - 1)(\eta^2 - 1) \end{aligned}$$

1) 변위 보간 행렬 (H)

요소 내에서의 변위 (u, v, w)는 각 절점에서의 자유도 (u<sub>0</sub>, φ<sub>1</sub>, v<sub>0</sub>, φ<sub>2</sub>, w<sub>0</sub>)와 형상함수 (Ψ<sub>i</sub>)를 이용하여 아래와 같이 보간 된다.

$$u = u_0 + z\phi_1 = \sum_{i=1}^9 \Psi_i u_0^i + z \sum_{i=1}^9 \Psi_i \phi_1^i$$

$$v = v_0 + z\phi_2 = \sum_{i=1}^9 \Psi_i v_0^i + z \sum_{i=1}^9 \Psi_i \phi_2^i$$

$$w = w_0 = \sum_{i=1}^9 \Psi_i w_0^i$$

위 식을 행렬로 표현하면 다음과 같다.

$$u = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_1 & z\Psi_1 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & \Psi_1 & z\Psi_1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Psi_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0^i \\ \phi_1^i \\ v_0^i \\ \phi_2^i \\ w_0^i \\ \vdots \end{Bmatrix} = H\hat{U}$$

2) 변형도 보간 행렬 : 면내 변형도 보간 행렬 (B<sub>i</sub>), 전단 변형도 보간 행렬 (B<sub>s</sub>)

면내 변형도 (ε<sub>xx</sub>, ε<sub>yy</sub>, γ<sub>xy</sub>)와 전단 변형도 (γ<sub>xz</sub>, γ<sub>yz</sub>)는 각 절점에서의 자유도 (u<sub>0</sub>, φ<sub>1</sub>, v<sub>0</sub>, φ<sub>2</sub>, w<sub>0</sub>)와 형상함수 (Ψ<sub>i</sub>)를 이용하여 아래와 같이 보간 된다.

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \phi_1}{\partial x} = \sum_{i=1}^9 \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} u_0^i + z \sum_{i=1}^9 \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} \phi_1^i$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \phi_2}{\partial y} = \sum_{i=1}^9 \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} v_0^i + z \sum_{i=1}^9 \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \phi_2^i$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + z \frac{\partial \phi_1}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \frac{\partial \phi_2}{\partial x} = \sum_{i=1}^9 \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} u_0^i + z \sum_{i=1}^9 \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \phi_1^i + \sum_{i=1}^9 \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} v_0^i + z \sum_{i=1}^9 \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} \phi_2^i$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_1 = \sum_{i=1}^9 \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} w_0^i + \sum_{i=1}^9 \Psi_i \phi_1^i$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_2 = \sum_{i=1}^9 \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} w_0^i + \sum_{i=1}^9 \Psi_i \phi_2^i$$

위 식을 행렬로 표현하면 다음과 같다.

$$\varepsilon_1 = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} & z \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & 0 & 0 & \frac{\partial \Psi_1}{\partial y} & z \frac{\partial \Psi_1}{\partial y} & 0 & \cdots \\ \frac{\partial \Psi_1}{\partial y} & z \frac{\partial \Psi_1}{\partial y} & \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} & z \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vdots \\ u_0^i \\ \phi_1^i \\ v_0^i \\ \phi_2^i \\ w_0^i \\ \vdots \end{Bmatrix} = \mathbf{B}_1 \hat{\mathbf{U}}$$

$$\varepsilon_s = \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdots & 0 & \Psi_1 & 0 & 0 & \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & 0 & \Psi_1 & \frac{\partial \Psi_1}{\partial y} & \cdots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vdots \\ u_0^i \\ \phi_1^i \\ v_0^i \\ \phi_2^i \\ w_0^i \\ \vdots \end{Bmatrix} = \mathbf{B}_1 \hat{\mathbf{U}}$$

### 3) 질량 행렬 ( $M^c$ )

$$M^c = \int_V \rho \mathbf{H}^T \mathbf{H} dV$$

여기에서  $\rho$ 는 해당 요소의 밀도이다.

### 4) 강성 행렬 ( $K^c$ )

$$K^c = \int_V \mathbf{B}_1^T \mathbf{C}_1 \mathbf{B}_1 dV + k \int_V \mathbf{B}_s^T \mathbf{C}_s \mathbf{B}_s dV$$

여기에서  $k$ 는 전단 보정 계수이며,  $k = 5/6$ 를 사용하였다.

### 5) 작동력 벡터 ( $\mathbf{B}_1^{(i)}$ )

$i$ 번째 전극 조각에 의한 단위 전압 당 작동력의 벡터  $\mathbf{B}_1^{(i)}$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{B}_1^{(i)} = \int_{V^{(i)}} \mathbf{B}_1^T \mathbf{e} / t^{(i)} dV^{(i)}$$

여기에서  $t^{(i)}$ 와  $V^{(i)}$ 는 각각  $i$ 번째 전극 조각의 두께와 부피이다.