

論文

열가소성 복합재료 판재의 고상 굽힘성형시 Spring-back 현상에 관한 연구

이중희* · 이증문* · 남궁 천**

A Study on the Spring-back Phenomena of Thermoplastic Composite Sheet in Solid Phase Bending

Joong-Hee Lee*, John M.Rhee*, and Cheon Namgung**

ABSTRACT

Experimental and analytical investigations were performed to understand the spring-back phenomena of random directional glass fiber reinforced thermoplastic composite sheet in pure bending. The materials tested contained by weight fractions of 20, 35, and 40 percent of glass fiber in a polypropylene matrix. The pure bending tests were performed at temperatures ranging from 75°C to 150°C with 25°C increment and at punch speeds of 1 mm/sec and 0.01 mm/sec. The spring-back angle decreases with increasing the forming temperature. The spring-back angle measured in pure bending is compared with the prediction based on the analytical model. Good agreement between the experimental and the predicted results was observed.

초 록

유리섬유가 임의의 방향으로 강화된 열가소성 복합재료의 단순굽힘시에 발생하는 spring-back 현상에 대한 이해를 위한 실험 및 해석적인 연구가 행해졌다. 실험에 사용된 재료는 중량비로 유리섬유를 20%, 35% 와 40% 함유한 폴리프로필렌이다. 굽힘시험은 75°C로부터 150°C까지 25°C씩 증가하면서 그리고 펀치속도는 1 mm/sec와 0.01 mm/sec의 두 펀치속도에서 실험을 행하였다. Spring-back 각도는 성형온도가 증가함에 따라 감소하였다. 단순굽힘에서 측정된 spring-back 각도는 해석적 모델에서 얻어진 결과치와 비교되어졌으며, 실험치와 예측값과 비교적 잘 일치함을 보였다.

1. 서 론

비교적 저렴하고 높은 강성과 강도를 가지면서도 가벼운 유리섬유 강화 열가소성 복합재료는 최근 들어 항공기, 자동차, 조선등 여러 산업에서 널리 사용되고

있는 추세이다[1-4]. 그러므로 이러한 복합재료의 재료 거동이나 성형기술에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다[5-7]. 특히 열가소성 복합재료로부터 제품을 만드는데 사용될 수 있는 가장 유망한 성형 기술중 하나로 제안된 방법은 고상성형법(solid-phase forming)으로

* 전북대학교 신소재개발연구소

** 전북대학교 대학원

써, 이는 제품을 matrix의 유리전이온도(glass transition temperature)와 용융온도(melting temperature) 사이의 온도에서 성형하는 것이다. 이러한 고상성형법의 장점은 공정이 비교적 간단하고 공정시간이 매우 짧으며 낮은 에너지소비와 최종 제품이 좋은 표면을 가진다는 것이다[8-10]. 이러한 복합재료 판재의 고상성형시 가장 흔히 나타나는 성형 모드(mode)는 굽힘으로써 굽혀진 판재의 안쪽에는 압축응력과 바깥쪽에는 인장응력을 일으킨다. 그러므로 단순굽힘시험(pure bending test)은 재료의 인장 및 압축성형에서의 재료 거동을 동시에 연구할 수 있으며, 한편 재료의 spring-back 현상을 연구하는데 널리 사용되고 있다. 현재까지 많은 연구가들은 금속성 판재내부에서의 굽힘 동안의 응력과 변형을 분포, 판재의 넥킹(necking)이나 좌굴(buckling)현상, 판재내부의 섬유(fiber)의 이동과 spring-back 현상 등에 대한 연구를 행하였다. Gardiner[11]는 판재의 중앙에 중심축이 고정되어 있다고 가정하고, 단지 원주방향의 응력만을 고려하여 일반적이고 단순화된 수학적 해석을 통하여 금속 재료의 spring-back 현상을 분석하였다. Queener와 Angelis[12]는 재료의 응력-변형률 특성과 판재의 두께, 다이의 반지름의 함수로써 판재금속의 굽혀진 부분에서의 잔류응력분포 및 spring-back 현상을 예측하였다.

한편 복합재료에 대한 연구로는 Talbott와 Miller[13]가 강성과 연성의 재료가 반복적으로 적층된 복합재료의 굽힘성형(bend-forming)에 대한 모델을 개발하였으며, Bhattacharyya등[14]이 섬유강화 판재의 압축성형성과 그들의 성형 특성에 영향을 주는 요소들을 vee-bend 시험을 통해 연구한바있다. 그러나 복합재료의 굽힘에 관한 대부분의 연구들이 적층 복합재료에 대해 행해진 반면 섬유가 임의방향으로 강화된 열가소성 복합재료의 고상성형시의 굽힘성형에 대한 연구는 거의 행해지지 않았다. 그러므로, 본 연구에서는 이러한 재료를 고상상태에서 단순굽힘성형할 때 발생하는 spring-back 현상에 대한 연구를 행하였다. Spring-back 현상에 대한 이해는 최종 제품의 정확한 치수 예측뿐 아니라 제품 내부의 잔류응력이나 수명을 예측하는데도 아주 중요한 정보를 제공한다. 성형온도와 성형속도, 펀치반경 및 유리섬유의 함유량에 따른 spring-back 현상에 미치는 영향을 연구하기 위해 여러 조건에서 단순굽힘시험을 행하였다. 그리고 예측적인 도구(tool)를 개발하기 위해 plane strain의 가정에 근거를 둔 단순한 해석적 연구를 행하였다.

2. 실험적 고찰

실험에 사용된 재료는 Ahlstrom 회사(Finland)에서 제공한 임의의 방향으로 위치한 유리섬유가 강화된 판재형태의 폴리프로필렌 복합재료(RTC-C-4000-20, RTC-C-3000-35, RTC-C-3000-40)이다. 평균 유리섬유의 길이와 직경은 각각 12mm와 11 μ m이고, 유리섬유의 함유량은 중량비로 20%, 35%와 40%이며, 판재의 두께는 20%의 재료는 3.81 mm이고 35%와 40% 재료는 2.54mm이다. 사용된 폴리프로필렌의 유리전이온도는 -10 $^{\circ}$ C이고 용융온도는 165 $^{\circ}$ C이다.

고온 chamber를 갖춘 United 인장시험기를 굽힘 시험을 위해 사용하였으며, Fig. 1은 굽힘 시험에 사용한 펀치와 다이의 모양을 나타낸다. 사용된 펀치와 다이의 크기는 Table 1에 요약하였다. 굽힘시험은 펀치반경이 변할 때 복합재료의 spring-back 현상의 변화를 연구하기 위해 펀치반경이 다른 3개의 펀치를 가지고 실험하였으며, 굽힘속도의 영향에 대한 연구를 위해 두 펀치속도, 1mm/sec와 0.01mm/sec에서 굽힘 시험을 하였다.

두께가 3.81mm 및 2.54mm인 판재를 길이 100mm와 폭 25mm인 직사각형으로 제작한 시편을 원하는 온도에 도달하도록 고온 chamber 속에 40분간 유지한 다음 굽힘시험을 행했으며, 시험온도는 고상성형이 가능한

Table 1. Punch and die geometry used for bending tests

Punch Radius(rp) (mm)	2.5, 5.0, 7.5
Die Profile Radius(rd) (mm)	10.0
Die Gap(dg) (mm)	41.0
Punch Depth (mm)	12.5

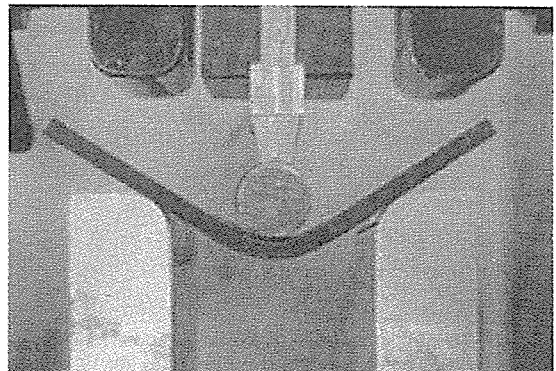


Fig. 1. Punch and die geometry used for bending tests

75℃로부터 150℃까지 25℃씩 증가하면서 시험을 행함으로써 spring-back 현상에 미치는 온도효과를 조사하였다. Spring-back 각도는 loading을 제거하기 전후에 시편의 사이각 변화를 CCD camera를 이용하여 얻은 image를 처리하여 측정하였다. 단순굽힘성형에서 펀치 밀면과 판재의 뒷면사이에서 Fig. 2에 보인 것처럼

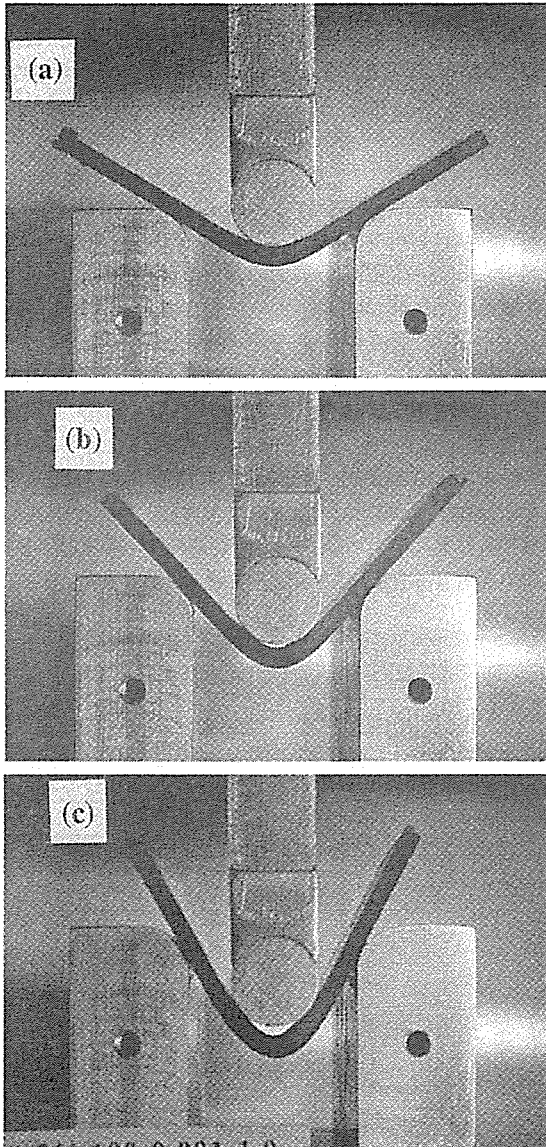


Fig. 2. The gap formation of 20% composite sheet as increasing the punch depth : (a) 12.7mm, (b) 19.1mm, and (c) 25.4mm

일정 펀치 깊이 이상에서는 gap이 발생하게 된다. 그러나 이러한 gap의 발생은 흔히 판재의 안쪽 면에 좌굴(buckling)을 유도하며, 실제 성공적인 제품의 성형을 위해서는 이러한 좌굴은 피해야하며 이러한 좌굴로 인해 재료의 정확한 spring-back 현상을 이해하기가 어렵다. 그러므로 본 연구에서는 gap이 형성되지 않는 펀치 깊이 12.5 mm에서 굽힘시험을 행하였다.

3. 이론적 고찰

복합재료의 spring-back 현상을 예측하기 위한 해석적 연구를 행하였다. Spring-back 각도를 예측하기 위한 해석적 모델은 굽힘 성형을 plane strain 조건으로 가정하여 전개하였다. Plane strain을 위한 기본 가정은 판재의 너비방향의 변형률은 영이며($\epsilon_y = 0$), 두께방향의 변형률 ϵ_z 는 판재의 안쪽으로부터 바깥쪽으로 선형으로 변한다고 가정하였다. 굽힘 동안의 판재 전체의 변형을 소성변형역과 탄성변형역으로 구분하였고, 소성변형역은 일정한 굽힘반경을 갖는 부분으로 펀치의 바로 밑부분에서 일어나며 탄성변형역은 소성역에서 시편이 다이와 만나는 지점까지의 영역으로 가정하였다. 실험결과로부터 소성변형역은 펀치 중앙선으로부터 좌우로 약 3mm 정도의 영역에서 일어나기 때문에 본 이론적 모델에서는 모델의 단순화를 위해 펀치의 중앙선으로부터 양쪽 3mm를 소성변형역으로 가정하였다. Fig. 3은 본 연구에 사용된 모델의 형상을 보인다. 한편 모델에 사용된 응력-변형률 관계는 단순인장 실험결과 보고된 결과와 선형 점탄성 모델을 이용하여 계산하였다[15]. 본 연구에 사용된 재료는 비압축성 재료로 가정하였고, 굽힘성형동안에 중앙 평면에서의 호의 길이는 변하지 않는다고 가정하였다.

Fig. 4는 소성변형역의 해석을 위해 사용된 좌표계를 나타내는 것으로 r 은 중앙평면까지의 반경을 나타내고, z 는 중앙평면으로부터 한 요소까지의 곡률 반경이고 dz 는 요소의 길이의 증가분이다. 그때의 변형률은 요소의 호의 길이 L 를 고려하여 계산할 수 있다. 중앙평면에서의 호의 길이는 $L_o = r\theta$ 로써 나타낼 수 있으며, 여기서 θ 는 굽힘 각도이다. 판재의 두께, 펀치 및 다이의 기하학적 형상으로부터 굽힘각 θ 를 계산하였고, 임의의 요소에 있어서의 호의 길이는 $L = (r+z)\theta$ 이다. 굽힘전의 두 호의 길이는 동일하기 때문에 z 만큼 떨어진 한 요소의 변형률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

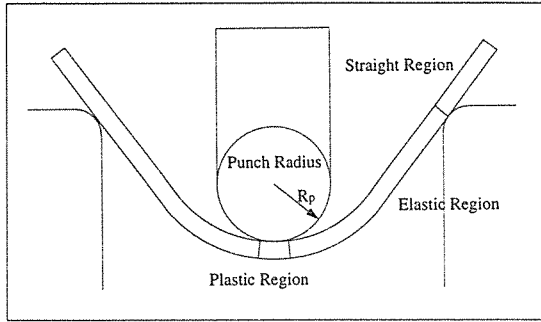


Fig. 3. Simple bending model used for bending analysis

$$\epsilon_x = \ln\left(1 + \frac{z}{r}\right) \dots\dots\dots (1)$$

Plane strain 조건(\$\epsilon_y = 0\$)하에서의 재료의 비압축성으로부터 다음과 같다.

$$d\epsilon_x + d\epsilon_z = 0 \dots\dots\dots (2)$$

판재의 두께방향 z-축에 있어서의 평면방향으로 등방성을 가지는 재료의 항복조건은 다음과 같이 쓸 수 있다[16,17].

$$(\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 2R(\sigma_x - \sigma_y)^2 = (R+1)X^2 \dots\dots (3)$$

여기서 R은 너비방향의 변형률과 두께방향의 변형률의 비율을 나타내고 X는 단순 인장시험에서의 항복응력을 나타낸다. 식 (2)와 관련하여 유동법칙(flow rule)은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{d\epsilon_x}{(R+1)\sigma_x - R\sigma_y - \sigma_z} = \frac{d\epsilon_x}{2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y} \dots\dots\dots (4)$$

한편 von Mises의 항복조건은 두께방향으로의 이방성을 가지는 재료를 나타내는 R값으로써 식(3)과 (4)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{(2R+1)}{(1+R)} (\sigma_x - \sigma_z)^2 = X^2 \dots\dots\dots (5)$$

굽힘 동안에 만약 z 방향의 응력을 무시하면 유동응력(flow stress)은 다음과 같다.

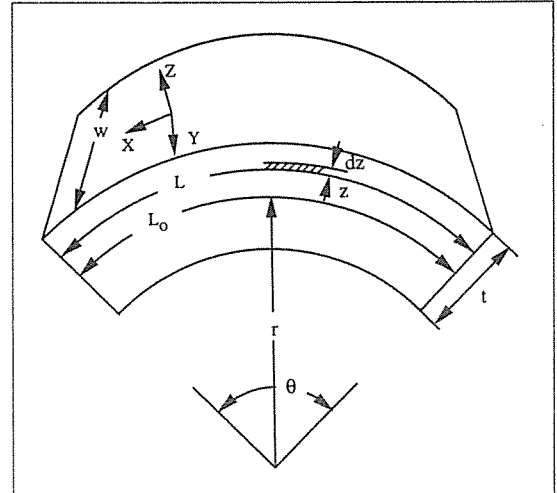


Fig. 4. Coordinate system used for bending analysis in plastic region

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{(1+R)}{(2R+1)}} X \dots\dots\dots (6)$$

판재의 굽힘에 필요했던 굽힘모멘트 \$M\$을 계산하기 위하여 x 방향에 있어서 외부힘이 없다고 가정하면, 한 요소에 작용하는 내부힘은 \$dF_x = \sigma_x w dz\$로 나타낼 수 있다. 이러한 힘에 기인한 굽힘모멘트는 \$dM = z dF_x = z \sigma_x w dz\$이다. 그러므로 전체의 굽힘모멘트는 다음에 의해 구해진다.

$$M = \int_{-t/2}^{t/2} w \sigma_x z dz = 2 \int_0^{t/2} w \sigma_x z dz \dots\dots\dots (7)$$

변형률은 판재의 안쪽으로부터 바깥쪽으로 선형적으로 변한다고 가정하여, 한 요소에서의 변형률은 펀치의 반경과 판재의 두께로부터 계산할 수 있다. 그러한 변형률에 대응하는 응력, \$\sigma_x\$는 선형 점탄성 모델과 식 (6)으로부터 계산하였다[15]. 한 변형률 속도와 온도에서의 점탄성 모델의 재료 상수들은 이전에 발표된 연구 결과치를 이용하여 계산하였으며, 그때의 점성 \$\eta\$값은 다음 형태로 가정하였다[15].

$$\eta = \eta_0 \dot{\epsilon}^q \dots\dots\dots (8)$$

재료상수 \$\eta_0\$와 \$q\$값들은 실험 결과치들을 curve-fitting 함에 의하여 얻어졌다. 이러한 상수들은 Table 2에 요약하였다. 한편 굽힘과정 동안에 변형률 속도를

Table 2. Material constants for η values

Glass Content(%)	Temp.(°C)	η_0 -value	q -value
20	75	134.67	-0.8455
20	100	52.00	-0.8940
20	125	25.76	-0.9191
20	150	9.57	-0.9400
35	75	125.50	-0.8927
35	100	65.75	-0.9264
35	125	33.51	-0.9416
35	150	16.87	-0.9598
40	75	130.65	-0.8760
40	100	57.42	-0.9278
40	125	29.55	-0.9575
40	150	15.36	-0.9645

계산하는 것은 매우 어려우며, 본 연구에서의 전체의 변형률을 시간으로 나눈 평균 변형률속도를 가지고 재료의 응력-변형률 관계를 계산하였다.

Gardiner[11]에 의해 유도했던 것처럼 외부에서 가해진 모멘트가 제거될 때 내부의 모멘트는 사라질 것이다. 외부의 힘이 제거될 때 판재의 내부에 내부응력을 유도하면서 재료는 탄성적으로 굽힘이 약간 퍼진다 고 가정하였다. 이러한 내부 응력분포는 외부힘이 제거된 후에 굽힘모멘트가 영이 되게 한다. 외부힘이 제거될 때의 응력의 변화는 변형률 변화에 비례하며, 변형률에 있어서의 변화는 굽힘모멘트의 변화를 일으킨다.

$$\Delta M = 2w \int_0^{r_b} \Delta \sigma_x z dz = \frac{w E_f t^3}{12} \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right) \dots \dots \dots (9)$$

여기서 r_b 와 r_a 는 Fig. 5에 보인 것처럼 spring-back 전후의 곡률 반경을 의미하며, spring-back 후에 $M - \Delta M = 0$ 이기 때문에 spring-back 후의 곡률 반경은 방정식 (7)과 (9)로부터 구해질 수 있다. Fig. 6에 보인 기하학적 형상과 r_b 와 r_a 로부터 소성역에서의 spring-back 각도 ϕ_1 는 굽힘성형에서 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\phi_1 = \phi_b - \phi_a \dots \dots \dots (10)$$

ϕ_b 와 ϕ_a 는 Fig. 5에 보인 것처럼 loading을 제거하기 전후의 flank 각도이다. 한편 이러한 굽힘 모멘트로

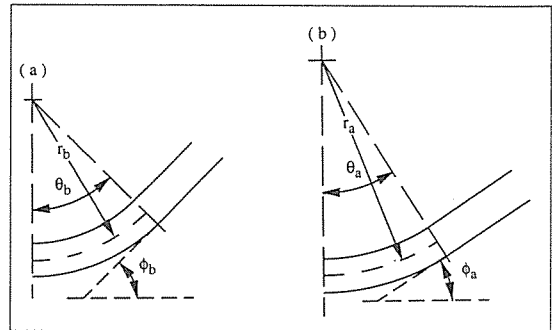


Fig. 5. Angle and radius changes between (a) before and (b) after unloading

부터 발생되는 탄성역에서의 굽힘각 ϕ_2 는 다음 식에 의해 계산될 수 있다[18].

$$\phi_2 = \frac{M l}{6EI} \dots \dots \dots (11)$$

여기서 M 은 굽힘모멘트이고, l 은 소성역과 다이 접촉점과의 사이의 거리이고, I 는 단면의 2차 모멘트이다. 그러므로 전체의 spring-back 각도(ϕ)는 $\phi = \phi_1 + \phi_2$ 로부터 구해졌다.

4. 결과 및 토론

임의의 방향으로 위치한 유리섬유가 강화된 복합재료는 유리섬유의 방향 및 분포 등의 불 균일성으로 인해 단순인장시의 재료특성에서도 어느 정도의 분산된 결과값들을 보인다[9]. 이러한 재료의 불 균일성으로 인해 단순굽힘에서 측정된 spring-back 각도 역시 어느 정도의 분산된 값을 가진다. Fig. 6은 이러한 spring-back 각도의 분산도를 알기 위해 같은 조건에서 10번의 반복실험을 통하여 측정된 결과값을 보인 것으로써 평균치에 약 $\pm 10\%$ 오차범위안에 결과치가 나타남을 보인다. 그러므로 본 연구에서는 같은 조건에서 3번의 반복실험에서 측정된 결과치의 평균값과 측정된 값을 error bar로써 나타내었다.

Fig. 7은 유리섬유 함유량이 20%인 재료의 75°C에서 150°C사이의 온도범위에서 펀치 속도가 0.1mm/sec와 1mm/sec 일 때 펀치반경이 5mm인 펀치로 굽힘 성형했을 때 측정된 spring-back 각도와 해석적 방법에 의해 구해진 spring-back 각도를 보이고 있다. 실험결과

로부터 spring-back 각도는 저온에서 고온으로 증가할수록 급격히 감소함을 나타내며 또한 편치속도가 빠를 때 spring-back 각도가 약간 크게 나타났으며 고온부근에서는 거의 차이를 나타내지 않았다. 이는 변형을 속도가 빠를 때 이러한 재료의 탄성계수가 크기 때문에 나타난 것으로 사려된다.

Fig. 8과 Fig. 9는 유리섬유 함유량이 35와 40%인 재료에 대한 spring-back 각도를 나타내고 있다. 이러한 재료도 20% 재료와 마찬가지로 온도가 증가할수록 spring-back 각도가 급속히 감소하고 편치속도가 증가할수록 약간 증가함을 보인다. 특히 유리섬유 함유량이

증가할수록 spring-back 각도에 대한 온도의 의존도가 감소함을 보인다. 이들의 결과로부터 알 수 있듯이 해석적 방법에 의해 얻어진 결과치는 대체적으로 측정된 결과치와 비교적 잘 일치함을 보이나, 약간의 차이는 재료의 불 균일성에 기인하거나 해석적 방법에 사용된 단순인장시험으로부터 얻어진 재료상수들이 압축변형에서의 이러한 재료의 재료특성을 잘 나타내지 못하기 때문인 것으로 사려된다. Fig. 10은 유리섬유 함유량과 spring-back 각도의 관계를 나타낸 것으로 유리섬유의 함유량이 증가할수록 spring-back 각도가 증가함을 보인다.

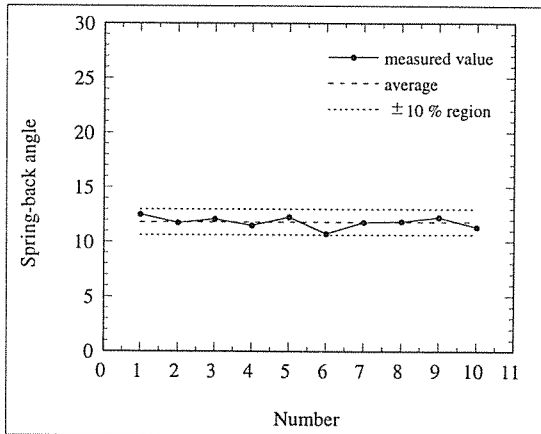


Fig. 6. Measured spring-back angles and the mean value for 35% glass composite at punch radius of 5.0mm and punch speed of 2.54mm/sec

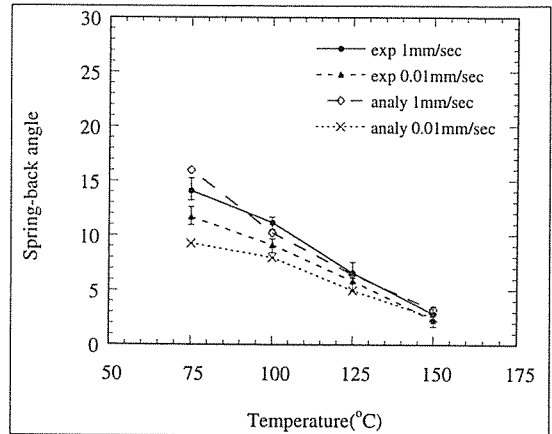


Fig. 7. Comparison of computed and experimental spring-back angles for the 20% glass composite at punch radius of 5.0mm and punch speeds of 1mm/sec and 0.01mm/sec

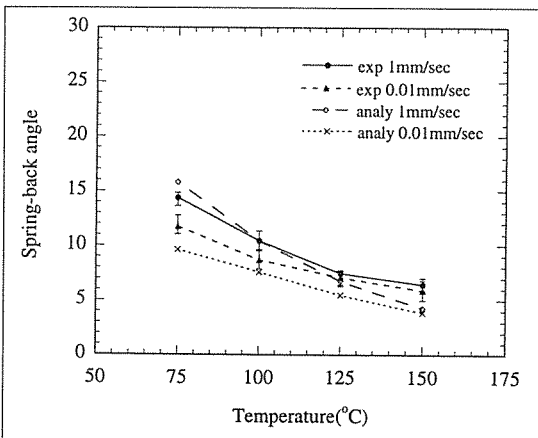


Fig. 8. Comparison of computed and experimental spring-back angles for the 35% glass composite at punch radius of 5.0mm and punch speeds of 1mm/sec and 0.01mm/sec

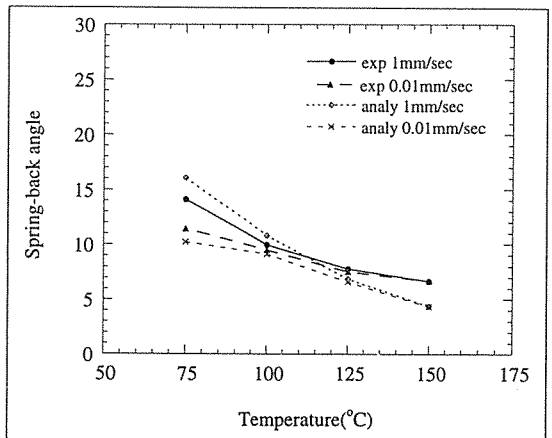


Fig. 9. Comparison of computed and experimental spring-back angles for the 40% glass composite at punch radius of 5.0mm and punch speeds of 1mm/sec and 0.01mm/sec

Fig. 11은 펀치반경이 2.5mm, 5mm와 7.5mm일 때 얻어진 결과로써 펀치반경에 따른 spring-back 각도의 변화를 보이고 있다. 해석적 방법에 의해 나온 결과치 처럼 펀치반경이 증가할수록 spring-back 각도가 증가할거라 예상되나 실제 측정된 실험결과는 펀치반경에 영향을 받지 않는 것으로 나타났다. 이는 Fig. 3에서 보인바와 같이 굽힘에 있어 실제로 판재가 성형된 곡률 반경은 재료의 탄성으로 인해 펀치의 반경보다 크게 나타나며 아울러 소성변형역이 아주 적은 부분에서 일어나기 때문에 펀치반경의 크기의 영향이 거의 나타나지 않는 것으로 해석된다.

5. 결 론

임의의 방향으로 배향된 유리섬유가 강화된 폴리프로필렌 복합재료를 고상상태에서 굽힘성형할 때 일어나는 spring-back 현상에 대한 이해를 돕기 위한 실험 및 해석적 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. Plane strain 가정하에 유도된 단순모델을 통해 얻어진 결과치는 전반적으로 실험에서 얻어진 결과치와 비교적 잘 일치함을 알 수 있고 이러한 해석적 방법을 통하여 이러한 복합재료의 단순굽힘성형시 발생하는 spring-back 현상을 여러 온도 및 속도에서 추 경향을 예측할 수 있다.
2. 성형온도가 저온에서 고온으로 증가할수록 spring-back 각도가 급격히 감소한다.

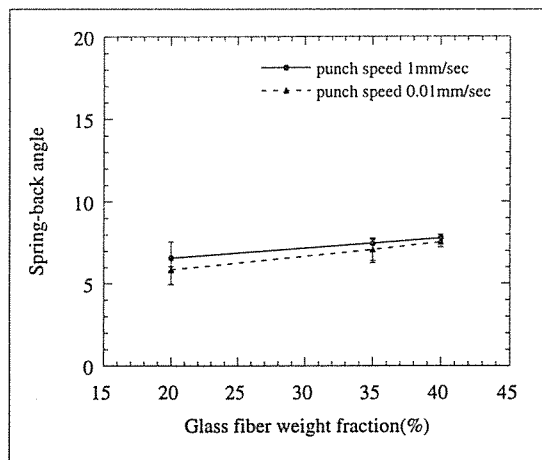


Fig. 10. Measured spring-back angles for various glass fiber contents at temperature of 125°C

3. 굽힘성형시 펀치속도가 행해진 속도범위 안에서 느릴수록 spring-back 각도가 감소함을 보인다.

4. 유리섬유의 함유량이 많을수록 spring-back 각도가 크게 나타났으며, 함유량이 증가 할수록 spring-back 현상에 영향을 미치는 온도의 의존도가 감소한다.

5. 본 연구에서 사용된 펀치반경범위에서는 펀치반경의 크기에 따른 spring-back 각도에 미치는 영향은 거의 나타나지 않았다.

후 기

본 연구는 전북대학교 신입교수 연구비(1996.12-97.11)에 의하여 수행되었으며 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Bigg, D. M., and Preston, J. R., "Stamping of Thermoplastic Matrix Composites," Polymer Composites, Vol. 10, No. 4, 1989, pp. 261-268.
2. Crosby, J. M., "Recent Advances in Thermoplastic Composites," Advanced Materials and Processes Inc. Metal Progress, 1988, pp. 56-59.
3. Fallon, M. R., "Thermoplastic Sheet Stamp-

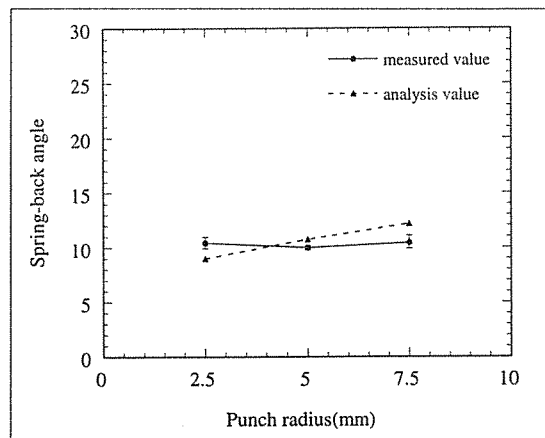


Fig. 11. Measured spring-back angles at various punch radii for the 40% glass content material at punch speed of 1mm/sec and temperature of 100°C

ing: Ready for the Big Time," *Plastic Technology*, 1989, pp. 95-103.

4. Muzzy, J. D., and Kays, A. O., "Thermoplastic vs. Thermosetting Structural Composites," *Polymer Composites*, Vol. 15, No. 3, 1984, pp. 169-172.

5. Smiley, A. J., and Pipes, R. B., "Analysis of the Diaphragm Forming of Continuous Fiber Reinforced Thermoplastic," *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, Vol. 1, 1988, pp. 298-321.

6. Tsahalis, D. T., Pantelakis, S. G., and Schulze, V., "Modeling of the Diaphragm Forming Technique Applied to Continuous Fiber Reinforced Thermoplastic Composites," *Processing of Polymers and Polymeric Composites*, Vol. 19, 1990, pp. 91-101.

7. Michaeli, W., and Jehrke, M., "Diaphragm Forming of Continuous Fiber Reinforced Thermoplastics Suitable for Medium Scale Production," *Proceedings of the International Conference on Advanced Composite Materials, Minerals, Metals & Materials Soc.(TMS)*, 1993, pp. 869-873.

8. Bigg, D. M., Hiscock, D. F., Preston, J. R., and Bradbury, E. J., "Thermoplastic Matrix Sheet Composites," *Polymer Composites*, Vol. 9, No. 3, 1988, pp. 222-228.

9. Lee, J. H., and Vogel, J. H., "An Investigation of the Necking Instability in Fiber Reinforced Polypropylene," *ASME J. Eng. Mat'l's and Tech.*, Vol. 118, No. 1, 1996, pp. 80-87.

10. Lee, J. H., and Vogel, J. H., "Biaxial Stretch Forming of Thermoplastic Composite Sheets," *Diversity into the Next Century, SAMPE*, Vol. 27, 1995, pp. 750-759.

11. Gardiner, F. J., "The Spring Back of Metals," *Transactions of the ASME*, 1957, pp. 1-9.

12. Queener, C. A., and De Angelis, R. J., "Elastic Spring Back and Residual Stresses in Sheet Metal by Bending," *Transactions of the ASM*, Vol. 61, 1968, pp. 757-768.

13. Talbott, M. F., "A Model for Composite Laminate Bend-forming under Arbitrary Curvature Distribution and Extensive Interlaminar Sliding," *Polymer Composites*, Vol. 11, No. 6, 1990, pp. 387-397.

14. Bhattacharyya, D., Burt, C. R., and Martin, T. A., "Forming of Fibre Reinforced Thermoplastic Sheets," *In Advanced Composites '93*, 1993, pp. 875-882.

15. Lee, J. H., "A Study on the Long Fiber Reinforced Thermoplastic Composite Sheet Forming," *Ph. D Thesis, University of Minnesota*, 1995.

16. Hill, R., "The Mathematical Theory of Plasticity," *Oxford University Press, London*, 1950.

17. Hosford, W. F., and Caddell, R. M., "Metal Forming: Mechanics and Metallurgy," *Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N. J.*, 1983.

18. Timoshenko, S., and Yong, D. H., "Elementals of Strength of Materials," 1935, pp. 219-222.