

論文

접침이음부와 부분층댐퍼가 부착된 보의 진동감쇠해석

박정일* · 최낙삼**

Analysis of the Vibration Damping of a Single Lap Joint Beam with Partial Dampers

Jeong-Il Park* and Nak-Sam Choi**

ABSTRACT

This paper presents the vibration damping characteristic of a single lap joint beam with partial dampers analyzed using the modal strain energy method and the harmonic response analysis which were based on a finite element model. The two finite element analysis methods exhibited very similar results of the resonant frequency and system loss factor which were comparable to those by the theoretical analysis. Effects of the location of partial dampers and elastic moduli and thickness of their layers on the system loss factor were studied. The damping effects due to changes of modulus and loss factor of the viscoelastic layer in lap joint and partial dampers were also studied. Consequently, the geometrical and material conditions at maximizing the system loss factor were suggested.

초 록

모달변형에너지법과 조화진동해석법을 이용하여 접침이음부와 부분층댐퍼를 갖는 보에 대해 유한요소모델을 설정하고 진동감쇠특성을 연구하였다. 모달변형에너지법과 조화진동해석법으로 구한 계의 공진주파수와 손실계수는 거의 같은 값을 보였으며, 형상의 변화에 따른 손실계수 변동경향은 이론해석에 의한 결과와 유사하였다. 부분층댐퍼의 위치, 점탄성층과 보강탄성층의 두께 및 탄성계수의 변화가 계의 손실계수에 미치는 영향을 파악하였으며, 점탄성층의 손실계수변화에 따른 영향도 검토하였다. 이들 결과로부터 계의 감쇠효과를 극대화하기 위한 구조물의 형상 및 물성조건을 제시하였다.

1. 서 론

기계구조물에 방진 및 흡진효과를 주기 위한 방법의 하나로 보강재와 구조물 사이에 점탄성 재질을 삽입하여 접착하는 방법이 가장 널리 이용된다. 이는 동적하

중을 받는 구조물의 공진 진폭과 고유진동수를 크게 감소시키므로 구조물설계를 위해 매우 중요하다.

탄성층, 점탄성층, 탄성층으로 복합 적층된 유한 길이의 3층적층보의 자유굽힘진동에 대해 Ditaranto[1]는 점탄성층의 효과를 구할 수 있는 보조방정식(auxil-

*한양대학교 대학원 기계설계학과

**정회원, 한양대학교 기계공학과

iary equation)을 제안하였다. Trompette 등[2]은 한쪽 고정지지된 보에 점탄성층과 보강탄성층을 갖는 충댐퍼를 부착하고 유한요소법과 실험을 병행하여 공진주파수 및 손실계수를 평가하였다. 김 등[3]은 복합적 층판의 두께방향변형과 전단변형을 고려한 운동방정식을 유도하여 이를 한쪽 고정지지된 3층 적층보에 적용함으로써 점탄성층과 보강층의 두께변화가 계의 감쇠특성에 미치는 영향을 이론과 실험을 통해 연구하였다. 박 등[4]은 한쪽 고정된 3층 적층보에 대해 점탄성층의 두께와 보의 폭 변화에 따른 영향을 검토하였다.

국부적인 충댐퍼를 양단 단순지지된 보에 부착하고 점탄성층의 전단변형과 길이방향 변형을 고려한 손실계수를 Lall 등[5]이 스트레인 에너지법을 이용하여 평가하였다. 김 등[6]은 한쪽 고정지지된 보에 국부적 충댐퍼를 부착하여 충댐퍼의 위치변화에 따른 공진주파수 및 감쇠효과를 이론과 실험을 통해 연구하였다.

접침이음부를 갖는 양단 고정지지된 보가 횡·종진동을 할 때 Saito와 Tani[7]는 접침이음부의 길이를 함수로 하는 공진주파수와 손실계수를 유도하고 Winkler와 Pasternak 방법을 통한 결과[7]와 비교하였다. 접침이음부를 갖는 단순지지된 보에 대해 Rao와 Crocker[8]는 접침이음부의 길이변화에 따른 고유진동수, 손실계수 및 진동모드를 이론적으로 구하여 실험결과와 비교했다. 접침이음부를 갖는 단순지지보를 Rao와 He[9,10]는 에너지법을 이용하여 해석하고 점탄성층의 두께와 탄성계수, 접침이음부의 길이에 의존하는 공진주파수 및 손실계수를 구하였다. 또한 그들[11]은 이중 스트랩 이음부(double-strap joint)를 갖는 단순지지보에 대해서도 손실계수를 연구하였다.

최근 저자[12,13]는 단일접침이음부를 갖는 양단 고정지지된 보에 국부적 충댐퍼를 기하학적 대칭형태로 부착하여 횡진동의 이론해를 구하고 유한요소법을 이용한 조화진동해석결과와 비교하여 이론해의 타당성을 검증하고 계의 공진주파수와 손실계수를 충댐퍼의 기하학적 위치에 따라 구하였다. 그런데 간단한 구조물의 형상에 대해서는 운동방정식을 이론적으로 유도하여 진동특성을 파악할 수 있으나 복잡한 형상을 가진 구조물에 대해 이론해를 구한다는 것은 매우 어려우므로 유한요소법을 통해 해석하는 것이 유리하다.

본 연구에서는 유한요소법을 활용하여 접침이음부와 충댐퍼를 갖는 상기의 보를 대상으로 조화진동해석(harmonic response analysis, HRA)과 모달변형 에너지법(modal strain energy method, MSEM)을 합

계 수행하여 계의 공진주파수와 손실계수를 평가하고 이를 이론해석결과와 비교하였다. 또한 국부적 충댐퍼의 위치, 점탄성층의 손실계수와 탄성계수, 두께 그리고 보강 탄성층의 탄성계수와 두께 변화에 따른 계의 고유진동수와 손실계수를 평가하여 구조물의 감쇠효과를 극대화하기 위한 재료적 형상적 조건을 제시해보았다.

2. 이론해석

접침이음부의 갖는 양단고정지지 보와 부분 충댐퍼가 부착된 형태를 z방향의 일정한 폭 b를 갖는 2차원 모델[12]로 생각하여 Fig. 1에 나타낸다. 이들 보를 탄성층, 점탄성층, 탄성층의 복합적층부와 탄성 단일층부로 분리하여 만든 자유물체도(free body diagram)를 좌표계와 함께 각각 Fig. 2(a)와 Fig. 2(b)에 나타낸다. 탄성층 c_1 는 탄성계수 E_{c1} , 두께 h_{c1} , 밀도 ρ_{c1} 을, 탄성층 c_2 는 탄성계수 E_{c2} , 두께 h_{c2} , 밀도 ρ_{c2} 를 가진다. 점탄성층 d 는 선형 점탄성으로 가정하여 복소수 종탄성계수 E_d^* 와 복소수 횡탄성계수 G_d^* , 두께 h_d , 밀도 ρ_d 를 가지며, 이때 $E_d^* = E_d(1+i\eta_d)$, $G_d^* = G_d(1+i\eta_d)$ 가 된다. 점탄성층의 손실계수 η_d 값은 온도와 주파수의 영향이 없이 일정한 0.1로 가정[7~11]하며, 이 값은 보통 방진구조재료로 사용되는 공업용 고무의 손실계수[15,16]에 해당한다. 또한 탄성층의 손실계수는 무시하고 전체보에 걸쳐서 동일한 물성을 가진다고 한다. 각층에서 사용된 물성과 치수는 Table 1과 같으며 다음의 가정을 도입한다.

- 1) 점탄성층은 응력이 변형의 크기 및 변형속도에 선형적으로 의존하는 Kelvin-Voight 모델에 따른다.
- 2) 점탄성층과 탄성층의 접촉부위는 미끄러짐(slip)이 없는 완전 접착이어서 변위의 연속성이 유지된다.
- 3) 탄성층은 Bernoulli-Euler 보이론을 따른다.
- 4) 온도는 일정하고 열응력 발생은 무시한다.

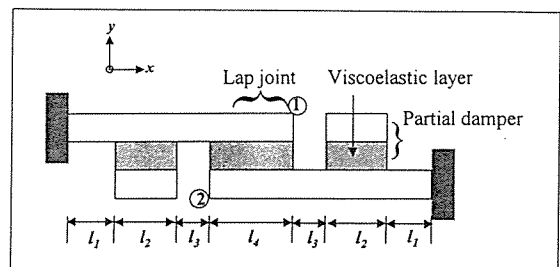


Fig. 1. A single lap joint beam adhered with two symmetric partial dampers

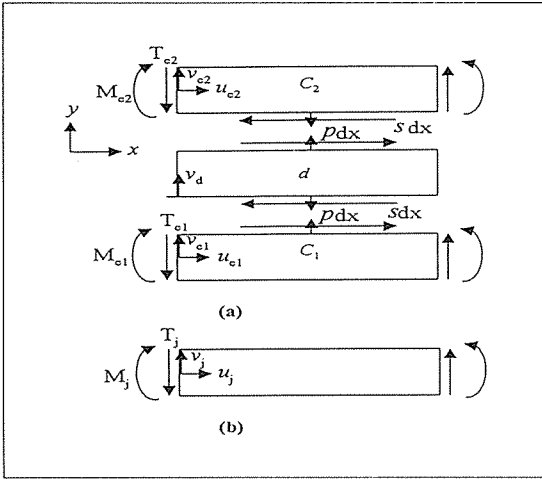


Fig. 2. Free body diagrams for (a) viscoelastic layer bonded composite region and (b) single elastic region of the beam in Fig. 1

2.1 운동방정식

Fig. 2(a)의 복합적층부의 운동방정식은 탄성층 c_1 , c_2 의 횡방향(y축방향)변위 v_{c1} , v_{c2} 에 대한 운동방정식과 모멘트 M_{c1} , M_{c2} 에 대한 평행방정식을 통해 구하게 된다. 이때 전단력 s 는 휨(bending)에 의한 탄성층 c_1 의 하부표면의 x 방향 변위 u_{c1} 과 탄성층 c_2 의 상부표면의 x 방향 변위 u_{c2} 의 차이에 의해 발생한다고 가정하고, 층간접착면에서의 단위길이당 수직력 p_1 , p_2 는 점탄성층의 수직변위 v_d 에 관한 운동방정식을 통해 구한다. 이렇게 하여 탄성층 c_1 , c_2 의 운동방정식을 구하면 연립 4차미분방정식인 식 (1)과 식 (2)가 된다[12].

$$E_{c1}I_{c1} \frac{\partial^4 v_{c1}}{\partial x^4} - \frac{G_d^* b h_{c1}}{4h_d} (-h_{c1} \frac{\partial^2 v_{c1}}{\partial x^2} + h_{c1} \frac{\partial^2 v_{c2}}{\partial x^2}) - \frac{E_d^* b \xi_d}{\sin \xi_d h_d} (v_{c2} - v_{c1} \cos \xi_d h_d) + \rho_{c1} A_{c1} \frac{\partial^2 v_{c1}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

Table 1. Mechanical property of each layer and its basic dimension

| Layer | Modulus E, G(GPa) | Poisson's ratio | Density ρ (kg/m ³) | dimension (mm) |
|-------|---|--------------------|--|-------------------------------|
| c_1 | $E_{c1}=200$ | 0.3 | $\rho_{c1}=7800$ | $h_{c1}=2$ |
| c_2 | $E_{c2}=200$ | 0.3 | $\rho_{c2}=7800$ | $h_{c2}=2$ |
| d | $E_d^*=5 \times 10^{-3}(1+0.1i)$ $G_d^*=1.66 \times 10^{-3}(1+0.1i)$ | 0.49 | $\rho_d=1200$ | $l_d=40$ $l_1+l_2+l_3=130$ |

$$E_{c2}I_{c2} \frac{\partial^4 v_{c2}}{\partial x^4} - \frac{G_d^* b h_{c2}}{4h_d} (-h_{c1} \frac{\partial^2 v_{c1}}{\partial x^2} + h_{c1} \frac{\partial^2 v_{c2}}{\partial x^2}) + \frac{E_d^* b \xi_d}{\sin \xi_d h_d} (-v_{c1} + v_{c2} \cos \xi_d h_d) + \rho_{c2} A_{c2} \frac{\partial^2 v_{c2}}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

여기서, $\xi_d^2 = \rho_d \omega^2 / E_d^*$ 이다. 위 식에서 $v_{c1}(x, t) = V_{c1}(x) e^{i\omega t}$, $v_{c2}(x, t) = V_{c2}(x) e^{i\omega t}$ 의 조화함수로 가정하고, $V_{c1} = A_n e^{\lambda_n x}$, $V_{c2} = B_n e^{\lambda_n x}$ 로 하여 전개하면 위식은 식 (3)과 같은 행렬식의 형태로 나타난다.

$$\begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 Q_{ij} 는 λ_n 과 ω 의 함수[12,13]가 된다. 위 식이 유효해를 가지려면 행렬식 $\text{Det}[Q]=0$ 의 조건으로부터 λ_n 에 관한 8차방정식의 해가 구해지고 식 (4)가 성립된다.

$$V_{c1} = \sum_{n=1}^8 A_n e^{\lambda_n x}, \quad V_{c2} = \sum_{n=1}^8 B_n e^{\lambda_n x} \quad (4)$$

한편, Fig. 2(b)와 같은 탄성 단일층부의 운동방정식은 Bernoulli-Euler 보로 가정하여 식 (5)가 된다.

$$E_j I_j \frac{\partial^4 v_j}{\partial x^4} - \rho_j A_j \frac{\partial^2 v_j}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

여기서 각 단일층부의 횡방향 변위 $v_j(x, t) = V_j(x) e^{i\omega t}$ 로 가정하면 식 (5)는

$$\frac{\partial^4 V_j}{\partial x^4} - \frac{\rho_j A_j}{E_j I_j} \omega^2 V_j = 0 \quad (6)$$

이 되며, 다음의 해로 구해진다.

$$V_j = \sum_{n=1}^4 C_{nj} e^{\alpha_n x} \quad (7)$$

여기서 C_{η} 와 α_n 은 ω 와 $\rho A / EI$ 의 함수(13)가 된다.

2.2 계의 손실계수 해석

Fig. 1의 양단고정지지된 구조물의 형상에 대해 식 (4)와 식 (7)을 이용하여 각 층별 경계조건과 연속조건을 통해 정리하면 전체 계에 대한 운동방정식[12]이 식 (3)과 유사한 형태로서 다음과 같은 행렬식으로 구해진다.

$$[Q']_{40 \times 40} \{Z'\} = \{0\} \quad (8)$$

$\{Z'\}$ 이 유효해를 가지기 위해서는 식 (9)를 만족해야 한다.

$$\text{Det}[Q']_{40 \times 40} = 0 \quad (9)$$

이 식에 들어있는 복소수 고유진동수

$$\omega = \omega_r \sqrt{1+i\eta_s} \quad (10)$$

를 반복법(iterative method)을 수행하여 계의 공진주파수(ω_r) 및 손실계수(η_s)를 구한다. 먼저, 계의 손실계수(η_s)를 0으로 하고 진동수의 증분 $\Delta\omega$ 값을 0.1(rad/sec)로 하여 $\text{Det}[Q']$ 의 값이 최소가 되는 1차, 2차, 3차 모드의 공진주파수에 근사하는 값 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 를 구한 후, 각 $\omega_i(i=1,2,3)$ 의 $\pm 5\%$ 의 구간에서 손실계수를 변화시켜 가면서 식 (9)에 근사하도록 ω 와 η_s 를 각 모드별로 구한다.

3. 유한요소 해석

상용 유한요소 프로그램인 Ansys Ver. 5.3을 사용하여 Fig. 1의 구조물에 대한 진동해석을 수행한다. 이때 사용된 유한요소 메쉬는 Fig. 3과 같으며 각 절점에서 2개의 자유도(변위 u, v)를 갖는 4절점요소인 plane42를 사용한다.

3.1 모달변형에너지법(modal strain energy method)

모달변형에너지법(MSEM)은 댐핑이 없는 경우의 모달 해석을 통해 구한 각 모드형상(mode shape)과 각 부위의 재료에 대한 손실계수를 이용하여 전체 계

의 손실계수를 평가하는 방법으로 구조물의 복잡한 형상에 대해서도 계의 손실계수를 구할 수 있다.

MSEM의 개념(14,15)을 이해하기 위해 이론전개 과정을 정리하면 다음과 같다.

우선, 복합 적층된 형태의 보를 유한요소를 나눌 때, 댐핑이 없는 경우의 자유진동에 관한 운동방정식은

$$[M]\{\ddot{v}\}+[K]\{v\}=0 \quad (11)$$

이 되며, 여기서 $[M]$ 은 질량행렬, $[K]$ 는 강성행렬이 된다. 만일 점탄성층이 복합적층되어 있으면 $[K]$ 는 복소수의 형태가 된다.

식 (11)을 고유치 문제로 전환하기 위해서 r 번째 모드의 변위벡터 $\{v^{(r)}\}$ 을

$$\{v^{(r)}\} = \{\phi^{*(r)}\} e^{i\lambda_r^* t} \quad (12)$$

로 하면, $\{\phi^{*(r)}\}$ 은 r 번째 모드에서의 고유변위벡터(eigenvector), λ_r^* 은 r 번째 모드에서의 고유치(eigenvalue)가 된다.

점탄성층이 복합적층된 구조물의 경우 $\{\phi^{*(r)}\}$, λ_r^* 은 복소수 형태가 되며 식 (13), 식 (14)로 표현된다.

$$\{\phi^{*(r)}\} = \{\phi_R^{*(r)}\} + \{\phi_I^{*(r)}\} \quad (13)$$

$$\lambda_r^* = \lambda_r \sqrt{1+i\eta_s^{(r)}} \quad (14)$$

여기서 $\eta_s^{(r)}$ 은 r 번째 모드에서의 계의 손실계수이다. 식 (12)를 식 (11)에 대입하여 정리하면

$$\lambda_r^{*2} = \frac{\{\phi^{*(r)}\}^T [K] \{\phi^{*(r)}\}}{\{\phi^{*(r)}\}^T [M] \{\phi^{*(r)}\}} \quad (15)$$

이 된다. 또한 점탄성층이 적층되어 있으므로

$$[K]=[K_R]+i[K_I] \quad (16)$$

로 나타나며, 식 (14)와 식 (16)을 식 (15)에 대입하면

$$\lambda_r^2 (1+i\eta_s^{(r)}) = \frac{\{\phi^{*(r)}\}^T [K_R] \{\phi^{*(r)}\}}{\{\phi^{*(r)}\}^T [M] \{\phi^{*(r)}\}}$$

$$+i \frac{\{\phi^{*(r)}\}^T [K_i] \{\phi^{*(r)}\}}{\{\phi^{*(r)}\}^T [M] \{\phi^{*(r)}\}} \quad (17)$$

이 된다.

그런데 구조물내의 완전 탄성층의 강성행렬 $[K_e]$ 는 실수부만으로 구성되며, 구조물의 감쇠성능에 영향을 미치는 점탄성층의 강성행렬 $[K_v]$ 는 실수부와 허수부를 가진

$$[K_v] = [K_{vR}] + i[K_{vI}] \quad (18)$$

가 되며, 점탄성층의 손실계수 η_d 는

$$[K_{vI}] = \eta_d [K_{vR}] \quad (19)$$

과 같은 형태로 표현될 수 있다. 구조물 계의 강성행렬은 $[K_R] = [K_e] + i[K_{vR}]$, $[K_I] = [K_{vI}]$ 이 되므로, 식 (17)과 식 (19)를 통해서 $\eta_s^{(r)}$ 을 식 (20)과 같이 구할 수 있으며 이를 모달변형에너지법이라고 한다.

$$\eta_s^{(r)} = \frac{\{\phi^{*(r)}\}^T [K_{vR}] \{\phi^{*(r)}\}}{\{\phi^{*(r)}\}^T [K_R] \{\phi^{*(r)}\}} - \frac{U_{visco}}{U_{total}} \quad (20)$$

여기서 U_{total} 은 전체 계의 스트레인에너지, U_{visco} 는 점탄성층의 스트레인에너지에 해당된다.

따라서, Fig. 3의 유한 유한요소 메쉬를 이용하여 점탄성층의 감쇠효과를 고려하지 않고 Table 1에 기입된 각 층의 탄성계수와 밀도값을 입력하여 모달 해석을 수행한 후, 1차, 2차, 3차 모드에 대응하는 U_{total} 과 U_{visco} 를 구하여 식 (20)을 통해 $\eta_s^{(r)}$ 을 구한다.

3.2 조화진동해석(harmonic response analysis)

점탄성층의 감쇠효과를 고려하지 않고 모달해석을 수행한 후 각 모드에 대응하는 고유진동수 f_i 를 구한다. 질량감쇠계수 $\alpha_i = 0$ 으로 가정하여 구조감쇠계수 β_i 를 각 모드별로 식 (21)[17,18]로부터 구한다.

$$\beta_i = \frac{\eta_d}{2\pi f_i} \quad (21)$$

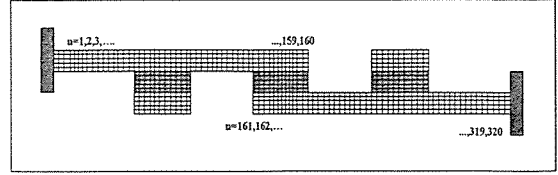


Fig. 3. Finite element model

여기서 η_d 값은 0.1로 일정하다.

점탄성층의 물성으로서 β_i 를 입력하고 Fig. 1의 ① 부위에 임의의 진동수를 갖는 $\pm 100N$ 의 정현파 하중 (sine wave load)을 가한 후 ②부위에서 그 진동수에 따른 진폭(amplitude)을 얻는 조화진동해석(HRA)을 수행한다. 이렇게하여 산출된 진폭과 진동수의 관계를 통해 각 모드에 대응하는 공진주파수를 구하고 half power bandwidth방법[19]을 통하여 계의 손실계수 $\eta_s^{(r)}$ 을 구한다.

4. 결과 및 고찰

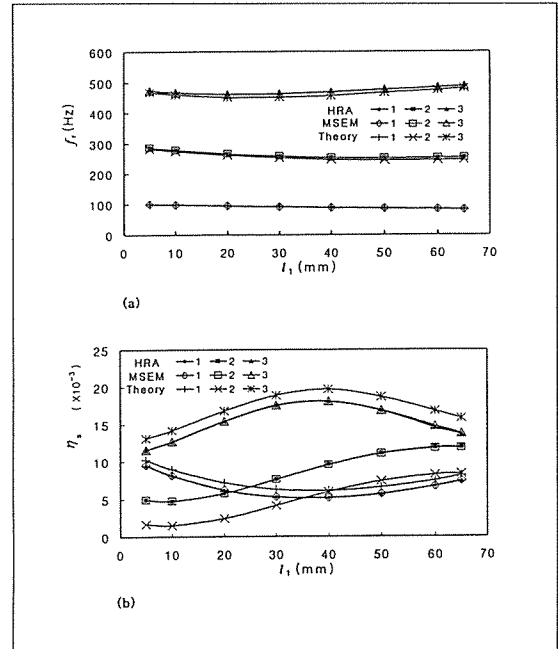


Fig. 4. Comparison between FEM and theoretical results: (a) resonant frequency f_i and (b) system loss factor η_s in 1st, 2nd, 3rd modes as a function of length l_1 in Fig. 1 ($l_2=60$ mm)

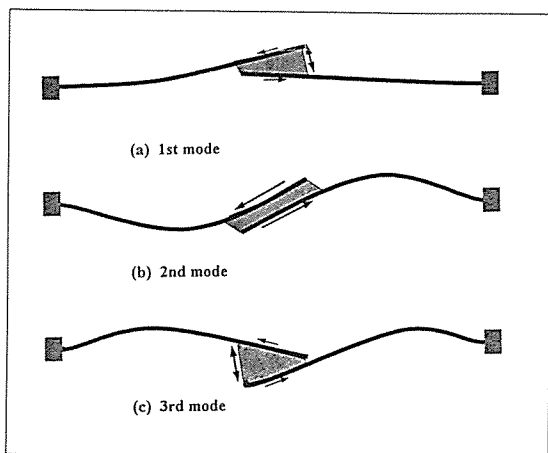


Fig. 5. Mode shapes of a beam with single lap joint

본 연구에서 수행한 이론해석과 유한요소해석(조화진동해석(HRA), 모달변형에너지법(MSEM))의 각 방법의 적용타당성을 알아보기 위해 먼저 구조물 전체계의 손실계수를 구한 결과를 비교 검토했다.

Fig. 1의 각 탄성보와 점탄성층의 기본 치수와 물성은 Table 1과 동일하게 하고 부분충댐퍼의 길이 $l_2=60\text{mm}$, 고정단에서 접침이음부까지의 거리 $l_1 + l_3=130\text{mm}$ 로 일정하게 한 후, 고정단에서 부분충댐퍼까지의 거리 l_1 을 5mm에서 65mm 변화시켰을 때 계의 공진주파수 ($f_r = \omega_r / 2\pi$)와 손실계수 (η_s)를 구하여 각각 Fig. 4(a)와 Fig. 4(b)에 나타낸다. l_1 의 증가에 따라서 1차모드와 2차모드에서의 f_r 은 약간 감소하였으며 3차모드의 경우 다소 증가하는 거동을 보였다. 또한 1차 모드의 f_r 값은 3가지 방법에 있어서 거의 일치하였으며 2차, 3차모드의 경우 값의 차이가 있었지만 그 정도는 작았다. 따라서, f_r 의 크기에 주된 영향을 주는 탄성층의 물성 및 점탄성층의 탄성계수가 이론해석과 유한요소해석시에 잘 반영되고 있음을 알 수 있다.

한편, l_1 의 증가에 따른 각 모드별 η_s 값의 변화거동

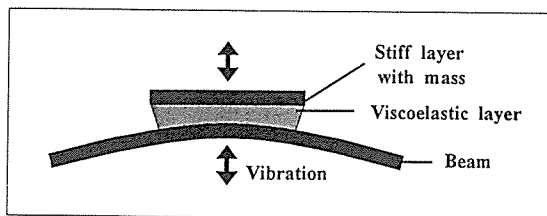


Fig. 6. A partial damper bonded to the beam

을 보면 각 방법에 따른 결과가 매우 유사하였으며, 유한요소해석(FEM)에 의한 두 방법 HRA, MSEM의 결과값은 거의 일치하였다. 그렇지만 이들 결과값은 이론해석 결과와는 크기면에서 상당한 차이를 보였다. 즉, 1차 모드와 3차모드에서는 이론값이 유한요소해석값보다 거의 일정하게 컸으며, 2차모드는 이론값이 일정한 간격으로 작아졌다. 유한요소값이 적정하다고 본다면 이론해석시에 1차와 3차모드는 η_s 값이 일정량만큼 과대 평가되고 있으며 2차모드에서는 일정량만큼 과소 평가되었다고 할 수 있다. 그 이유로는 이론해석에서 점탄성층의 전단력을 단순히 x 축에 대한 각 탄성보의 기울기 변화에 의한 변위 어긋남을 통해서 구했지만, 실제로 있어서 횡진동시에 탄성보가 단축함으로 인해 좌우 탄성보의 접침이음부에서 변위가 크게 어긋나게 되는 거동을 고려하지 않았으므로 해석결과에 일정한 오차가 발생했다고 생각된다. 즉, 1차와 3차모드에서 횡진동에 따른 탄성보의 단축은 접침이음부에서 점탄성층의 인장형 변형을 감소시키고 탄성보의 횡방

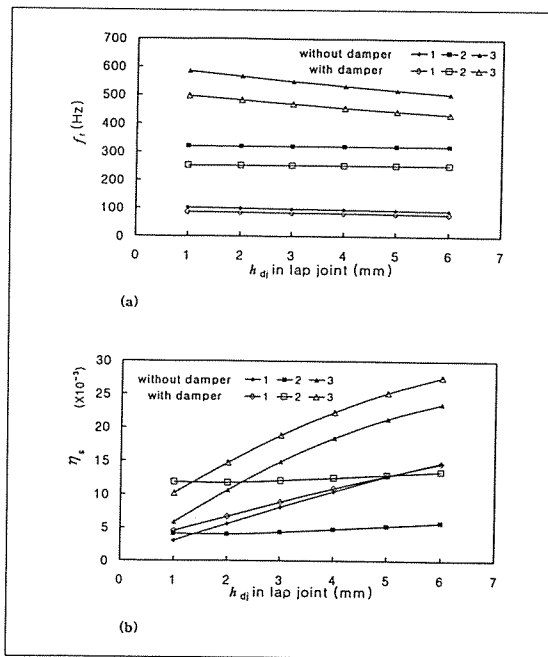


Fig. 7. Comparison of finite element analysis(MSEM) results between the beams with and without dampers: (a) resonant frequency f_r , (b) system loss factor η_s and (c) specific system loss factor (η_s/M_s) as a function of thickness h_{dj} in the lap joint

향 기울기에 따른 전단변형을 상쇄시키는 효과가 있지만, 본 이론해석에서는 탄성보의 단축이 고려되어 있지 않으므로 각 l_1 에 대해 일정량만큼 과대 평가되었다고 생각된다. 또한 2차모드에서는 탄성보의 단축이 탄성보의 횡방향 기울기에 의한 전단변형을 크게 초과 상쇄하므로, 이 효과를 고려하지 않은 이론해석 결과가 유한요소해석값보다 일정량만큼 크게 과소 평가되었다고 생각된다.

Fig. 4(b)에서 η_s 값이 비교적 크게 나타나는 영역은 1차모드에 대해서 l_1 이 5mm 혹은 65mm였고, 2차모드에 대해서는 $l_1=65$ mm, 3차모드에서는 $l_1=40$ mm였다. Fig. 5는 단일점침이음부를 가진 보의 모드형상(1차와 3차모드: 점탄성층의 인장형·전단형 변형, 2차모드: 주로 점탄성층의 전단형 변형)이며, 이 보의 해석결과, 극대변위 발생부위는 1차 모드는 고정지지단에서 150mm인 점침이음부의 중앙위치, 2차 모드는 고정지지단에서 87mm위치, 3차모드는 66mm위치였으므로 부분충댐퍼의 길이($l_2=60$ mm)를 고려할 때, 1차와 2차모드의 경우, 본 연구에서 설정한 l_1 의 범위내에서 가장 큰 값인 $l_1=65$ mm에서 큰 η_s 값이 구해지고, 또한 3차모드의 경우 $l_1 + l_2 / 2$ 가 66mm에 근접한 70mm에서 η_s 의 극대값이 나타난 것은 상당히 타당한 결과라고 생각된다. 즉, 단순점침이음부를 갖는 보에서 Fig. 6과 같이 충댐퍼가 양쪽 대칭형으로 극대변위발생위치에 부착되면, 보의 횡진동 중에 충댐퍼가 주로 수직변형모드의 별개의 횡진동으로 하여 전체 계의 진동감쇠 η_s 의 크기에 가장 유효한 영향을 준다고 볼 수 있다.

이러한 충댐퍼의 길이나 위치에 따른 감쇠 효과는 Fig. 1과 유사한 복합구조보의 특정 모드의 진동제어를 위해 활용될 수 있을 것이다. 본 연구에서는 η_s 의 절대값에 대해서가 아닌, 부분충댐퍼의 두께, 탄성계수, 손실계수, 점침이음부의 점탄성층 두께변화에 따른 η_s 의 변동거동에 대해 중점을 두어 유한요소해석결과와 이론해석결과를 각 모드별로 비교 분석하고자 한다. 이를 위해 Fig. 4에서 1차와 2차모드를 기준으로 비교적인 감쇠효과를 보이는 $l_1=60$ mm, $l_2=60$ mm인 경우를 선택한다.

Fig. 7은 Fig. 1에서 부분충댐퍼가 없는 점침이음부를 갖는 보와 부분충댐퍼를 부착한 보에 대하여 점침이음부에 속하는 점탄성층의 두께 h_{dj} 를 1mm에서 6mm까지 변화시켜 유한요소법(MSEM)에 의해 비교한 결과이다. 충댐퍼의 $h_c = h_d = 2$ mm로 하였다. h_{dj} 가 증가할수록 1차와 2차모드의 f_r 은 거의 일정하였으나

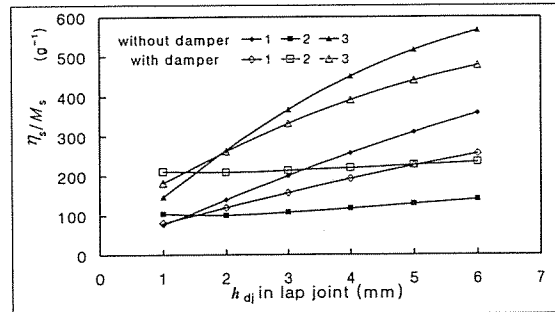


Fig. 7. Comparison of finite element analysis(MSEM) results between the beams with and without dampers: (a) resonant frequency f_r , (b) system loss factor η_s and (c) specific system loss factor(η_s/M_s) as a function of thickness h_{dj} in the lap joint

3차모드에서 f_r 은 선형적으로 감소하였다(Fig. 7(a)). η_s 에 대해서는 1차와 3차모드에서 h_{dj} 의 증가와 함께 크게 증가하였으나 2차 모드에서는 별 차이가 없었다(Fig. 7(b)). 한편, 충댐퍼가 없는 단일 점침이음부만을 갖는 경우에 비해 충댐퍼를 부착할 경우 h_{dj} 의 전 영역에 걸쳐 2차, 3차 모드에서의 f_r 을 현저히 감소시켰고, η_s 를 크게 증가시키는 효과를 보였다. 1차모드의 경우 h_{dj} 가 1~4mm에서 η_s 가 향상되었다. Fig. 7(c)는 Fig. 7(b)에서 η_s 를 계의 총질량(M_s)로 나눈 결과(η_s/M_s)를 나타낸다. 1차와 3차모드에서 h_{dj} 가 1~2mm부근에서 η_s/M_s 값이 충댐퍼의 유무에 따라 별 차이가 없어졌으며, 2차 모드에선 충댐퍼 부착으로 인한 감쇠효과가 여전히 매우 큼을 알 수 있다. $h_{dj} \geq 2$ mm에선 1차와 3차모드의 경우 충댐퍼가 부착된 보의 η_s/M_s 값은 충댐퍼가 없는 보에 비해 작아지나, h_{dj} 가 증가할수록 η_s 는 크게 증가하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 8은 점침이음부의 h_{dj} 를 2mm로 고정하고, 부

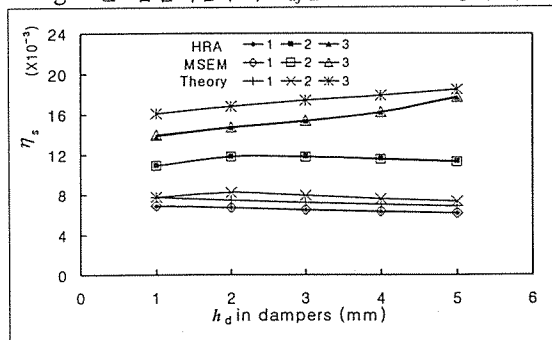


Fig. 8. η_s versus thickness h_d of the viscoelastic layer in dampers

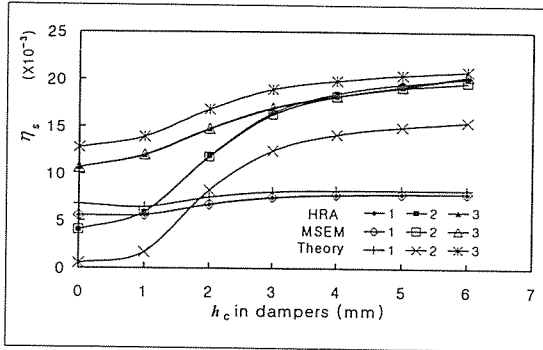


Fig. 9. η_s versus thickness h_c of the elastic layer in dampers

분충댐퍼의 점탄성층 두께 h_d 에 따른 η_s 의 변화를 나타낸다. h_d 가 1mm에서 5mm로 증가할 때 1차와 2차 모드에서 감쇠효과에 따른 별다른 영향을 미치지 않았지만, 3차모드에서는 거의 선형적으로 증가했다. 유한요소해석의 두 방법(MSEM, HRA)은 각 h_d 에서 거의 동일한 η_s 값을 나타냈으며, 점탄성층의 $\eta_d = 0.1$ 임을 감안할 때 $h_d = 5$ mm에서 계의 1차모드의 η_s 는 약 0.007, 2차모드는 0.012, 3차모드는 0.018의 수준임을 알았다.

Fig. 9는 부분충댐퍼의 h_d 가 2mm로 일정할 때, 부분충댐퍼의 보강재인 탄성층(stiff layer)의 두께 h_c 가 1mm에서 6mm로 증가할 때 구한 η_s 값을 나타낸다. 이 그림에서 $h_c = 0$ 인 경우는 부분충댐퍼가 없는 단일 접침이음부를 갖는 보에 해당한다. 이 경우는 이론해석과 유한요소해석결과가 함께 η_s 값의 크기가 2차모드에서 가장 작았고, 1차, 3차의 순으로 커졌다. 그렇지만 부분충댐퍼의 부착($h_c \geq 1$ mm)에 의해 1차모드의 η_s 값이 가장 작아졌고 2차, 3차모드 순으로 커졌다. h_c 가 3mm근처까지 증가함으로 인해 각 모드의 감쇠효과가

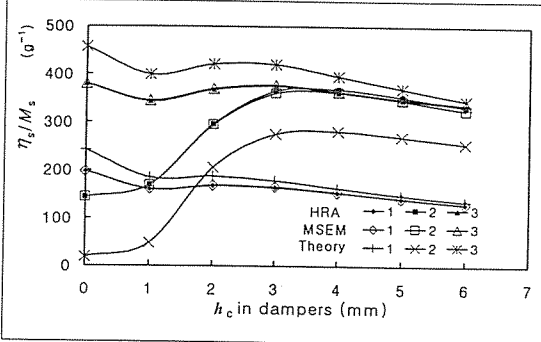


Fig. 10. Specific system loss factor(η_s/M_s) versus h_c of the elastic layer in dampers

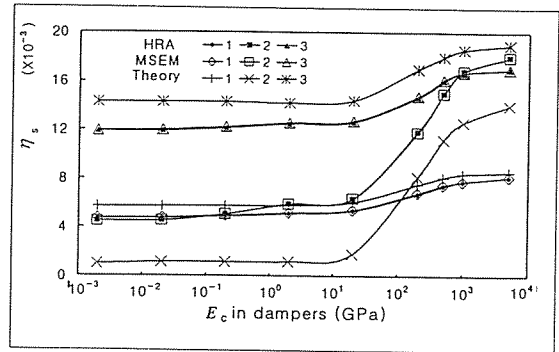


Fig. 11 η_s versus elastic modulus E_c of the elastic layer in dampers

향상되었으며, 특히, 2차모드에서 월등히 개선되었음을 알 수 있다. 이는 보강재의 두께가 증가할수록 충댐퍼의 질량이 커져 계의 동적 감쇠효과를 증가시켰다고 생각된다. h_c 가 3mm보다 커지면 감쇠의 증가가 완만하게 둔화되었다.

Fig. 10은 Fig. 9의 결과에 대한 단위질량당 계의 손실계수(η_s / M_s)를 보여준다. η_s / M_s 값은 h_c 가 커질수록 1차모드에서 부분충댐퍼가 없는 $h_c=0$ 의 경우보다 다소 작아졌으며, h_c 가 2~4mm에서 2차모드의 경우는 매우 높은 결과를 보이고 3차모드는 별로 차이가 없었다. 즉 단위질량당 계의 감쇠효과는 h_c 가 2~4mm에서 극대화됨을 알 수 있다.

Fig. 11은 부분충댐퍼의 h_c 를 2mm로 고정하고 보강 탄성층의 탄성계수 E_c 를 변화시켰을 때의 η_s 를 나타낸다. η_s 는 E_c 가 20GPa이상에서 급속히 증가하였고, 1000GPa이상에서는 증가의 추이가 완만하게 둔화되었다. 본 그림의 결과가 나온 기하학적 조건과 물성 조건하에서 부분충댐퍼의 질량제인 보강탄성층은

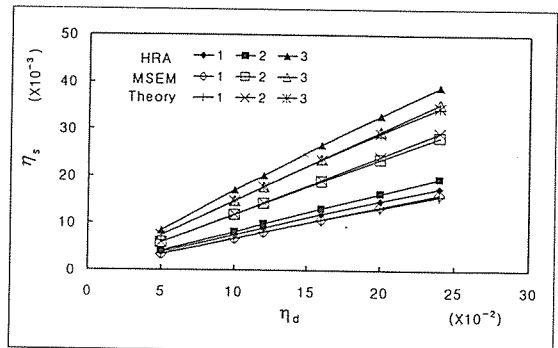


Fig. 12 η_s versus loss factor η_d of the viscoelastic layers in the total system

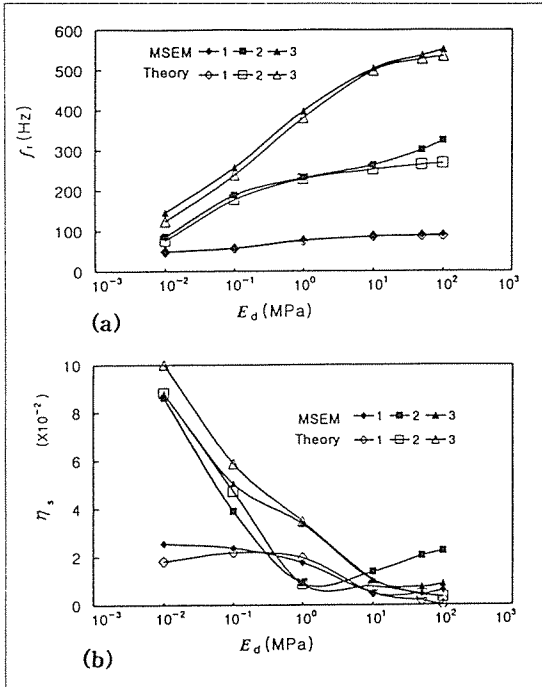


Fig. 13. (a) f_r and (b) η_s versus elastic modulus E_d of the viscoelastic layers in the total system

1000GPa이상의 탄성계수값을 가질 때 계의 감쇠성능에 큰 효과가 있으므로 20GPa이하에서는 효과가 낮아져 특히 2차모드에서 매우 저조함을 알 수 있다. 보강탄성층의 탄성계수가 증가할수록 탄성층의 변형을 작게 하므로 점탄성층의 변형을 크게 유발하여 감쇠효과를 증가시켰다고 생각된다.

Fig. 12는 전체 계의 점탄성층의 손실계수 η_d 가 계의 손실계수 η_s 에 미치는 영향을 나타낸 것이다. $0.05 \leq \eta_d \leq 0.25$ 의 범위에서 η_d 가 증가할수록 이론해석이든 유한요소해석이든 1차, 2차, 3차모드의 η_s 는 선형적으로 증가했음을 보여주었다.

Fig. 13(a)와 (b)는 각각 구조물 전체 계의 점탄성층의 탄성계수 E_d 에 따른 계의 f_r 와 η_s 의 변화를 나타낸다. 각 모드의 f_r 는 유한요소법(MSEM)의 결과와 이론해석의 결과가 잘 일치하고 있으나, 2차 모드의 경우 E_d 가 50MPa이상에서 f_r 값의 차이가 다소 커졌다. E_d 의 증가에 따라 1차모드의 f_r 는 점진적으로 증가했으나, 2차모드의 f_r 는 $E_d \approx 1$ MPa까지 크게 증가하고 3차모드의 f_r 는 $E_d \approx 10$ MPa까지 크게 증가하다가 그 이상에서는 완만한 증가추세를 보였다.

한편, η_s 는 $E_d \leq 5$ MPa에서 MSEM에 의한 결과와 이론해석결과가 유사하여 각 모드별 η_s 값의 크기 순위가 계산방법에 의해 바뀌지 않았으나, $E_d \geq 10$ MPa에서는 2차모드의 η_s 값이 계산방법에 따라 큰 차이를 보여 각 모드별 η_s 값의 수준 결정에 모호성을 나타냈다. 또한 $E_d \leq 1$ MPa에서 1차모드의 η_s 는 큰 값으로 거의 일정한 값을 나타내다가 $E_d > 5$ MPa에서 작아졌으며, 2차모드는 $E_d \approx 1$ MPa 근처에서 거의 최소값에 근접하고 E_d 가 작아질수록 급격히 증가하였다. 3차모드의 η_s 는 E_d 의 증가에 따라 더 급격한 감소를 보여 $E_d \geq 10$ MPa에서 1차, 2차모드의 값에 근접하였다. 상용 니트릴로 부타디엔 고무(NBR)나 스틸렌 부타디엔 고무(SBR)의 경우 $E_d = 0.5 \sim 10$ MPa의 범위에 있으므로[20] Fig. 13(b)의 각 모드별 η_s 는 이 범위내에서 E_d 의 대소에 따라 상당히 크게 변동함을 보였다. 이 결과는 앞서 검토한 바와 같이 부분충댐퍼의 형상과 위치, 보강탄성층의 E_c 와 복합적으로 관련되어서 다소 변동될 것으로 생각되지만, E_d 값의 크기에 따라 η_s 값이 크게 영향을 받으며 그 변동양상도 각 모드별로 전혀 다를 수 있다.

5. 결 론

접침이음부와 부분충댐퍼가 부착된 복합구조물계의 공진 주파수(f_r)와 손실계수(η_s)에 대해 이론 해석과 모달변형에너지법(MSEM) 및 조화진동해석(HRA)에 의한 유한요소해석을 비교 평가하였다.

(1) 복합구조물에서 부분충댐퍼의 위치, 두께, 탄성계수에 따른 f_r 와 η_s 의 값에 있어서 유한요소해석(HRA, MSEM)의 두 방법은 거의 일치하는 결과를 보였으며, 이론해석에 의한 결과는 정확도의 측면에서 유한요소해석 결과와 일정한 차이를 보이지만 위의 각 변수의 변화에 따른 결과값의 변동거동에 있어서 유사한 경향을 나타냈다.

(2) 접침이음부를 가진 보에 대한 각 모드의 진동에 있어서 최대변위 발생부근에 부분충댐퍼를 위치시킴으로서 진동 감쇠효과를 극대화 할 수 있었다.

(3) 부분충댐퍼의 탄성층의 두께가 2~4mm에서, 접침이음부의 점탄성층의 두께가 1~2mm부분에서 부분충댐퍼 부착에 따른 단위질량당 계의 감쇠효과가 우수함을 알았다.

(4) 부분충댐퍼의 보강재인 탄성층의 탄성계수가 20GPa이상에서 계 감쇠효과의 급격한 증가를 보여

1000GPa이상에서 계 감쇠의 최대효과를 나타냈다.

(5) 점탄성층의 손실계수 η_d 가 증가할수록 η_s 는 선형적으로 증가했다.

(6) 점탄성층의 탄성계수 E_d 의 변화에 따라 계의 f_r 과 η_s 는 각 모드별로 서로 다른 양상을 보이면서 크게 변동했다.

참고문헌

1. Ditaranto, R. A., "Theory of Vibration Bending for Elastic and Viscoelastic Layered Finite-Length Beams", J. of Applied Mechanics, Vol.32, 1965, pp. 881~886.
2. Trompette, P., Boillot, D. and Ravanel, M. A., "The Effect of Boundary Conditions on the Vibration of a Viscoelastically Damped Cantilever Beam", J. of Sound and Vibration, Vol. 60, No.3, 1978, pp. 345~350.
3. 김 재호, 박 태학, "접착제층의 전단과 법선변형 효과를 고려한 적층판의 진동감쇠 특성 연구", 대한기계학회논문집, 제7권, 제7호, 1992, pp. 1224~1254.
4. 박 응순, 박 세만, 박 명균, 박 상규, "점탄성을 삽입한 3층 적층보의 진동감쇠특성에 관한 연구", 한국소음진동공학회지, 제7권, 제3호, 1997, pp. 511~519
5. Lall, A. K., Asnani, N. T. and Nakara, B.C., "Damping Analysis of Partially Covered Sandwich Beams", J. of Sound and Vibration, Vol. 123, No.2, 1988, pp. 247~259.
6. 김 재호, 박태학, 양 계병, "부분적으로 복합적층된 보의 진동감쇠 특성", 대한기계학회논문집, 제17권, 제4호, 1993, pp. 913~922.
7. Saito, H. and Tani, H., "Vibration of Bonded Beams with a Single Lap Adhesive Joint", J. of Sound and Vibration, Vol. 92, No.2, 1984, pp. 299~309.
8. Rao, M. D. and Crocker, M. J., "Analytical and Experimental Study of the Vibration of Bonded Beams with a Lap Joint", Tans. of the ASME, J. of Vibration and Acoustics, Vol. 123, 1990, pp. 444~451.
9. Rao, M. D. and He, S., "Vibration Analysis of Adhesively Bonded Lap Joint, Part I: Theory", J. of Sound and Vibration, Vol. 152, No.3, pp. 405~416.
10. Rao, M. D. and He, S., "Vibration Analysis of Adhesively Bonded Lap Joint, Part II: Numerical Solution", J. of Sound and Vibration, Vol. 152, No.3, 1992, pp. 417~425.
11. Rao, M. D. and He, S., "Analysis of Natural Frequencies and Modal Loss Factors of Simply Supported Beams with Adhesively Bonded Double-Strap Joint", J. of Acoustical Society of America, Vol. 92, No.1, 1992, pp. 268~276.
12. 박 정일, 최 낙삼, "접착이음부 및 국부적충층댐퍼를 갖는 보의 횡진동특성", 대한기계학회 추계학술대회 논문집 A, 1998, pp. 881~886.
13. 박 정일, 최 낙삼, "접착이음부 및 국부적충층댐퍼를 갖는 보의 횡진동특성", 한국소음진동공학회지, 제 9권, 제 1호, 1999.
14. Johnson, C. D. and Kienholz, D. A., "Finite Element Prediction of Damping in Structures with Constrained Viscoelastic Layers", AIAA Journal, Vol. 20, No. 9, 1992, pp. 1284~1290.
15. Nashif, A. D., Jones, D. I. G. and Henderson, J. P., Vibration Damping, John Wiley & Sos, 1985
16. Ungar, E. E., "Structural Damping", Noise and Vibration Control Engineering: Principles and Applications, Edited by Beranek, L. L., Ver, I. L., John Wiley & Sos, 1992.
17. Ansys Manual: Theory Reference-Release 5.3, Ansys Inc., Houston.
18. Petyt, M., Introduction to Finite Element Vibration Analysis, The Bath Press, 1990.
19. Paz, M., Structural Dynamics: Theory and Computation, Chapman & Hall, New York, 1997
20. 樓内 雄二郎, プラスチック 材料讀本, 工業調査會, 1998.