

## 論文

## 복합재료 날개의 진동 특성

조덕형\* · 이 인\*

## Vibration Characteristics of Composite Wing

D.H. Cho\* and I. Lee\*

## ABSTRACT

The analysis of vibration characteristics for various shaped composite wings has been performed by the finite element method based on shear deformable theory. The wing is composed of Graphite/Epoxy composite materials. Symmetric stacking sequence has been adapted in this analysis. This paper presents the effects of sweptback angles and fiber orientation on the vibration characteristics. The first mode of sweptback wing is the first bending mode regardless of the fiber orientation. However, the second mode changes from the 1st torsional mode to the 2nd bending mode as the fiber angle increases. In the case of 40 degree sweptback wing, the 2nd and the 3rd natural frequencies become very close when the fiber angle is near 8 degree. In the higher modes, we can see the similar mode shape changes due to the fiber orientation.

## 초 록

전단변형 이론을 고려한 유한요소법을 사용하여, 여러 형상의 복합재료 날개에 대한 진동 특성을 해석하였다. 날개의 재료는 Graphite/Epoxy이며 적층 순서는 대칭적으로 하였다. 본 논문에서는 뒤제침 각과 섬유방향 각의 변화에 따른 진동 특성을 살펴보았다. 뒤제침 각이 0° 또는 40°, 두 경우 모두 섬유방향 각에 관계없이 첫번째 모우드는 굽힘 모우드를 갖는다. 그러나, 섬유방향 각이 증가함에 따라 두번째 모우드는 비틀림 모우드에서 굽힘 모우드로 바뀐다. 뒤제침 각이 40°일 때, 섬유방향 각이 8°인 부근에서 두번째 모우드와 세번째 모우드의 진동수가 매우 가깝게 접근함을 알 수 있다. 섬유방향 각이 변함에 따른 유사한 모우드 형상 변화를 고차 모우드에서도 관찰할 수 있다.

\* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

### 1. 서 론

현대의 항공기는 다양한 용도와 성능의 향상이 요구되고, 경량화도 에너지 절약이나 항공기 적재 능력의 향상이라는 측면에서 대단히 중요한 요인으로 작용한다. 이러한 이유로, 비강성이 높고 섬유방향(fibre orientation)과 단층(lamina)의 적층 순서에 따라 원하는 이방성 성질을 갖게 하여 설계자에게 유연성을 제공할 수 있는 복합재료에 큰 관심을 갖게 되었다.

평판 형태의 복합재료 날개를 해석하는데 있어서 두개의 영향은 등방성 재료로 된 것보다 심각하게 나타난다. 횡 전단변형(transverse shear deformation) 효과를 무시하고 해석하는 고전 적층판 이론(CLT)에 의한 결과는 전단변형 이론에 의한 것보다 고유 진동수가 크며 부적당하다[1]. 그리고 고전 적층판 이론에 의한 해석은 혼합 수식화(mixed formulation)가 불가능하여  $C^1$  이상의 유한요소를 사용하여야 한다.

전단변형 이론은 Reissner-Mindlin 평판이론을 임의로 적층한 이방성 평판에 적용하기 위해 일반화한 Yang-Norris-Stavsky 이론[2]에 기반을 둔 것이다. 이 이론에 의해 Bert와 Chen[3]은 비대칭적으로 적층한 단순지지 사각 평판에 대해 해석하였고, Crawley[4]는 섬유방향을 바꾸어 가며 cantilever 평판의 진동 특성을 해석하였다. 또 Reddy[5]는 penalty finite element를 개발하여 비균질 단순 또는 고정지지 사각형 평판을 해석하여 진동 특성을 구하였다. Jensen과 Crawley[6]는 사각 cantilever 평판을  $[\theta_2/0]_s$ 로 적층하여  $\theta$ 를 바꾸어 가며 고유 진동수를 구하였다. Lakshminarayana와 Murthy[7]는 TRIPLT 요소를 사용하여 여러 구속조건의 사각 평판에 대해 해석하였다.

본 연구에서는 선형이론에 의한 전단변형 이론에 기반을 둔 유한요소법을 사용하여, 뒤제침 각이  $0^\circ$ 와  $40^\circ$ 인 두개의 날개에 대한 진동 특성을 살펴보았다. 날개의 뿌리와 끝단의 시위(chord) 중심을 연결하는 선을 주축으로 하여  $[\theta_2/0]_s$ 로 적층한 후  $\theta$ 의 변화에 따른 효과를 고유 진동수 및 모우드 형태에 의해 고찰해 보았다.

### 2. 유한요소 해석

#### 2.1 유한요소 모델

본 연구에서는 이방성 평판을 임의로 적층한 복합재료 날개의 진동 특성을 고찰하였으며 적층 순서는 대칭인 경우에 대하여 해석 하였다. 유한요소 모델의 각 노드점에서 사용된 3개의 자유도는 z축에 따른 변위 w, x축에 대한 회전(rotation)인  $S_x$  그리고 y축에 대한 회전  $S_y$ 이다(Fig. 1). x와 y축에 의해 만들어진 면이 복합 적층판의 중간면을 이루며 면내(in-plane)의 변위  $u_0$ 와  $v_0$ 는 작다고 가정하고 무시한다. 전단변형 이론을 사용하기 때문에 혼합 수식화(mixed formulation)가 가능하고, 이에 따라  $C^0$  요소를 사용하여 질량 행렬식과 강성 행렬식을 용이하게 얻을 수 있다.

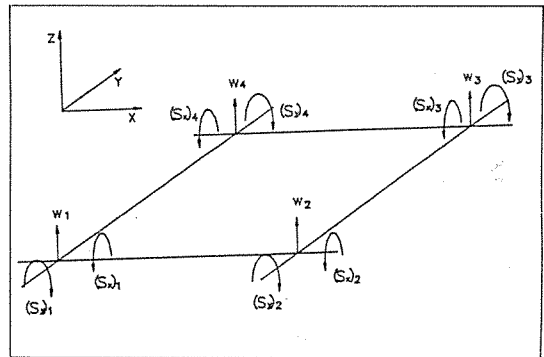


Fig. 1 Nodal degrees of freedom in a finite element

#### 2.2 유한요소의 수식화

##### 2.2.1 평형방정식

x, y, z 방향의 변위를 각각 u, v, w 라 할 때, 체적력을 무시한 평형 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \dots\dots\dots(3)$$

중간면에서의 변위를 무시한 각 방향의 변위를 다음과 같이 정의한다.

$$u = z S_x(x, y, t) \dots\dots\dots(4)$$

$$v = z S_y(x, y, t) \dots\dots\dots(5)$$

$$w = w(x, y, t) \dots\dots\dots(6)$$

변형률-변위 관계식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = z \frac{\partial S_x}{\partial x}$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = z \frac{\partial S_y}{\partial y}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = z \left( \frac{\partial S_x}{\partial y} + \frac{\partial S_y}{\partial x} \right) \dots\dots\dots(7)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = S_y + \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} + S_x$$

식(3)을 z에 대해 적분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \dots\dots\dots(8)$$

식(1)과 (2)에 z를 곱한 후 z 방향으로 적분을 하면 각각 다음 식이 얻어진다.

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = I \frac{\partial^2 S_x}{\partial t^2} \dots\dots\dots(9)$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = I \frac{\partial^2 S_y}{\partial t^2} \dots\dots\dots(10)$$

위에서 p, I, Q, M은 다음과 같다.

$$(p, I) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (1, z^2) \rho dz \dots\dots\dots(11)$$

$$\left\{ \begin{matrix} Q_y \\ Q_x \end{matrix} \right\} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \begin{matrix} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{matrix} \right\} dz$$

$$= \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{matrix} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

$$\left\{ \begin{matrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{matrix} \right\} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \begin{matrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xz} \end{matrix} \right\} z dz$$

$$= \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \frac{\partial S_x}{\partial x} \\ \frac{\partial S_y}{\partial y} \\ \frac{\partial S_x}{\partial y} + \frac{\partial S_y}{\partial x} \end{matrix} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

식(12)와 (13)에서 A<sub>ij</sub>와 D<sub>ij</sub>는 각각 인장강성(extensional stiffness)과 굽힘강성(bending stiffness)이다[8].

2.2.2 전단변형 이론에 의한 유한요소법

전단 보정효과를 포함시키기 위하여 식(12)의 A<sub>ij</sub> 대신에 다음 식을 사용한다.

$$A_{ij} = k_m k_n \bar{A}_{ij}, \quad (m, n = 1, 2, i, j = m, n + 3) \dots\dots\dots(14)$$

여기서  $\bar{A}_{ij}$ 는 식(12)에서 사용한 A<sub>ij</sub>와 같고 k<sub>m</sub>, k<sub>n</sub>은 전단 보정계수로 Whitney[9]가 제기한 식을 사용하여 구한다.

식(8)에 가중함수(weighting function)인  $\psi_1$ 를 곱하여 요소의 영역에 대해 적분하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\int A e \left( \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} \right) \psi_1 dA = \int A e p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \psi_1 dA \dots\dots\dots(15)$$

식(15)에 부분 적분을 하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\int A e \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (\psi_1 Q_x) - Q_x \frac{\partial \psi_1}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} (\psi_1 Q_y) - Q_y \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \right\} dA = \int A e p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \psi_1 dA \dots\dots\dots(16)$$

식 (16)에 Green의 정리를 사용하여 정리하면 다음 식과 같다.

$$\int_{A^e} \{ Q_x \frac{\partial \psi_1}{\partial x} + Q_y \frac{\partial \psi_1}{\partial y} + p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \psi_1 \} dA = \int_{\Gamma^e} q_1 d\Gamma \dots\dots\dots (17)$$

여기서  $q_1$ 은 아래의 식과 같고  $n_x, n_y$ 는 각각  $x, y$  방향의 수직 단위 벡터이며  $\Gamma$ 는 요소의 경계를 이루는 선(line)이다.

$$q_1 = \psi_1 (Q_x n_x + Q_y n_y)$$

식 (12)를 식 (17)에 대입하면 다음 식과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_{A^e} \{ \frac{\partial \psi_1}{\partial x} [A_{45}(S_y + \frac{\partial w}{\partial y}) + A_{55}(S_x + \frac{\partial w}{\partial x})] + \frac{\partial \psi_1}{\partial x} [A_{44}(S_y + \frac{\partial w}{\partial y}) + A_{45}(S_x + \frac{\partial w}{\partial x})] + p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \psi_1 \} dA = \int_{\Gamma^e} q_1 d\Gamma \dots\dots\dots (18)$$

식 (12)와 식 (13)을 식 (9)와 식 (10)에 대입하여 식 (18)을 얻을 때와 같은 과정을 따르면 다음의 두 식을 얻을 수 있다.

$$\int_{A^e} \{ \frac{\partial \psi_2}{\partial x} [D_{11} \frac{\partial S_x}{\partial x} + D_{12} \frac{\partial S_x}{\partial y} + D_{16} (\frac{\partial S_x}{\partial y} + \frac{\partial S_y}{\partial x})] + \frac{\partial \psi_2}{\partial y} [D_{16} \frac{\partial S_x}{\partial x} + D_{26} \frac{\partial S_y}{\partial y} + D_{66} (\frac{\partial S_x}{\partial y} + \frac{\partial S_y}{\partial x})] + \psi_2 [A_{45}(S_y + \frac{\partial w}{\partial y}) + A_{55}(S_x + \frac{\partial w}{\partial x})] + I \frac{\partial^2 S_x}{\partial t^2} \} dA = \int_{\Gamma^e} q_2 d\Gamma \dots\dots\dots (19)$$

$$\int_{A^e} \{ \frac{\partial \psi_3}{\partial x} [D_{16} \frac{\partial S_x}{\partial x} + D_{26} \frac{\partial S_y}{\partial y} + D_{66} (\frac{\partial S_x}{\partial y} + \frac{\partial S_y}{\partial x})] + \frac{\partial \psi_3}{\partial y} [D_{12} \frac{\partial S_x}{\partial x} + D_{22} \frac{\partial S_y}{\partial y} + D_{26} (\frac{\partial S_x}{\partial y} + \frac{\partial S_y}{\partial x})] + \psi_3 [A_{44}(S_y + \frac{\partial w}{\partial y}) + A_{45}(S_x + \frac{\partial w}{\partial x})] + I \frac{\partial^2 S_y}{\partial t^2} \} dA = \int_{\Gamma^e} q_3 d\Gamma \dots\dots\dots (20)$$

여기에서  $q_2$ 와  $q_3$ 는 아래와 같다.

$$q_2 = \psi_2 (M_x n_x + M_{xy} n_y)$$

$$q_3 = \psi_3 (M_{xy} n_x + M_y n_y)$$

단순조화 운동이라 가정하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -\omega^2 w$$

$$\frac{\partial^2 S_x}{\partial t^2} = -\omega^2 S_x \dots\dots\dots (21)$$

$$\frac{\partial^2 S_y}{\partial t^2} = -\omega^2 S_y$$

가중함수  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$ 를 형상함수인  $\psi_i$ 로 정의하면, 요소내의 변위 및 회전은 다음의 식에 의해 근사화 할 수 있다.

$$w = \sum w_j \psi_j, \quad S_x = \sum S_{xj} \psi_j, \quad S_y = \sum S_{yj} \psi_j, \dots\dots\dots (22)$$

식 (18), (19), (20)의 우변은 경계에서의 힘을 나타내는데 외력이 작용하지 않기 때문에 영을 갖거나 요소의 경계면에서 서로 음과 양으로 작용하여 상쇄된다. 식 (18), (19) 및 (20)에 식 (21), (22)를 대입하면 다음 식이 얻어지고 이 식을 사용하여 고유치 문제를 풀게 된다.

$$\left[ \begin{array}{ccc} [K^{11}] & [K^{12}] & [K^{13}] \\ & \text{sym}[K^{22}] & [K^{23}] \\ & & [K^{33}] \end{array} \right] - \omega^2 \left[ \begin{array}{ccc} [M^{11}] & [M^{12}] & [M^{13}] \\ & \text{sym}[M^{22}] & [M^{23}] \\ & & [M^{33}] \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \{w\} \\ \{S_x\} \\ \{S_y\} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \dots\dots (23)$$

위의 식에서 질량 행렬식과 강성 행렬식은 다음과 같다.

$$M_{ij}^{11} = \int_{A^e} p \psi_i \psi_j dA$$

$$M_{ij}^{22} = \int_{A^e} I \psi_i \psi_j dA \dots\dots\dots (24)$$

$$M_{ij}^{33} = \int_{A^e} I \psi_i \psi_j dA$$

$$\begin{aligned}
 K_{ij}^{11} &= \int_A \left\{ A_{45} \left( \frac{\partial \psi_j}{\partial y} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} + \frac{\partial \psi_j}{\partial x} \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \right) \right. \\
 &\quad \left. + A_{55} \frac{\partial \psi_j}{\partial y} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} + A_{44} \frac{\partial \psi_j}{\partial x} \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \right\} dA \\
 K_{ij}^{12} &= \int_A \left\{ A_{55} \psi_j \frac{\partial \psi_i}{\partial x} + A_{45} \psi_j \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \right\} dA \\
 K_{ij}^{13} &= \int_A \left\{ A_{45} \psi_j \frac{\partial \psi_i}{\partial x} + A_{44} \psi_j \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \right\} dA \\
 K_{ij}^{22} &= \int_A \left\{ D_{11} \frac{\partial \psi_j}{\partial x} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} + D_{16} \left( \frac{\partial \psi_j}{\partial y} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} + \frac{\partial \psi_j}{\partial x} \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \right) \right. \\
 &\quad \left. + D_{66} \frac{\partial \psi_j}{\partial y} \frac{\partial \psi_i}{\partial y} + A_{55} \psi_j \psi_i \right\} dA \\
 K_{ij}^{23} &= \int_A \left\{ D_{12} \frac{\partial \psi_j}{\partial y} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} + D_{16} \frac{\partial \psi_j}{\partial x} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} + D_{26} \frac{\partial \psi_j}{\partial x} \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \right. \\
 &\quad \left. + D_{66} \frac{\partial \psi_j}{\partial x} \frac{\partial \psi_i}{\partial y} + A_{45} \psi_j \psi_i \right\} dA \\
 K_{ij}^{33} &= \int_A \left\{ D_{22} \frac{\partial \psi_j}{\partial y} \frac{\partial \psi_i}{\partial y} + D_{26} \left( \frac{\partial \psi_j}{\partial y} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} + \frac{\partial \psi_j}{\partial x} \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \right) \right. \\
 &\quad \left. + D_{66} \frac{\partial \psi_j}{\partial x} \frac{\partial \psi_i}{\partial x} + A_{44} \psi_j \psi_i \right\} dA
 \end{aligned}$$

..... (25)

### 3. 수치계산 및 검토

수식화 한 것에 대한 타당성을 검증하기 위하여, x 축 방향의 길이가 1524mm 이고 y 축 방향의 길이가 762mm 인 직사각 평판에 Table 1의 재료를 가지고  $[0_2/\pm 30]_s$ 로 적층하여 계산하였으며, 그 결과를 Table 2에 나타내었다. 실험값과 F.E.M. (1)은 Crawley[4]에 의해 수행된 값이다. F.E.M. (1)이 305개의 자유도를 갖는데 비해 F.E.M. (2)은 198개의 자유도를 가지므로도 정확하게 계산하였다.

Table 1의 재료를 사용하여, 뒤제침 각  $\lambda$  를  $0^\circ$ 와  $40^\circ$ 로 하고 각각의  $\lambda$  에 대해  $[0_2/0]_s$ 로 적층한 후  $\theta$  를 변화시켜 가며 계산하였다[Fig. 2].  $\lambda$  가 바뀌어도 날개의 면적은 일정하게 유지시켰다. 섬유방향의 각  $\theta$  는 P.A. 축으로부터의 각도이다.

Table 3.1과 Table 3.2는 각  $\lambda$  에서  $\theta$  의 변화에 따른 고유 진동수를 나타낸 것으로  $\theta$  가 커짐에 따라 첫번째와 두번째 고유 진동수는 작아지다가

Table 1. Material properties

Property	Graphite/Epoxy
E <sub>11</sub> (Gpa)	128
E <sub>22</sub> (Gpa)	11
G <sub>12</sub> (Gpa)	4.48
G <sub>23</sub> (Gpa)	1.53
$\nu_{12}$	0.25
density (kg/m <sup>3</sup> )	1.50
ply thickness (mm)	0.13

Table 2. Comparison of natural frequencies between Crawley's results [4] and present method (unit:Hz)

Laminate	Mode	Experimental*	F.E.M.(1)*	F.E.M.(2)**
[0 <sub>2</sub> /±30] <sub>s</sub>	1B	58.3	65.37	65.02
	1T	148.0	136.50	135.35
	2B	362.7	408.30	414.68
	2T	508.0	525.60	530.51
	1C	546.0	588.30	606.00

(B: Bending mode, T: Torison mode, C: Chordwise mode)  
 \* Crawley's result [4]  
 \*\*present

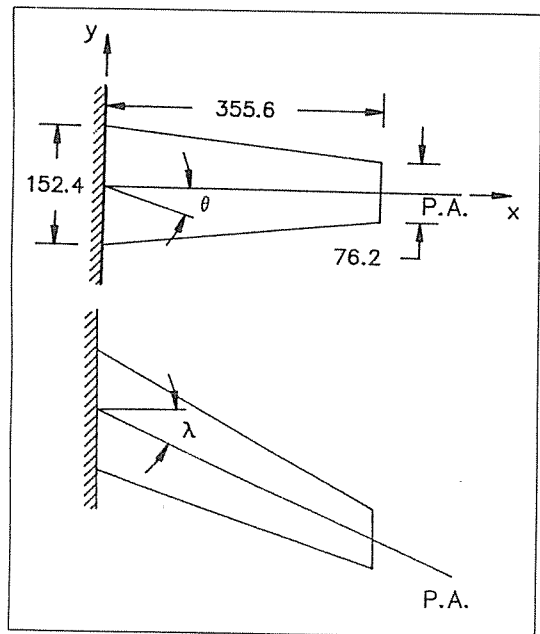


Fig. 2 A laminate composite wing panel

Table 3.1 Natural frequencies of a composite wing at  $\lambda=0^\circ$

$\theta$ (degree)	Mode (Hz)				
	1st	2nd	3rd	4th	5th
0	51.22	144.42	287.36	450.88	808.71
15	40.11	157.41	257.84	444.46	757.28
30	27.81	145.44	224.25	406.45	613.42
45	21.48	119.47	190.65	344.41	502.41
60	18.65	104.95	150.04	304.25	401.86
75	17.84	100.68	121.12	290.91	328.09
90	17.87	100.85	110.71	291.04	300.35

Table 3.2 Natural frequencies of a composite wing at  $\lambda=40^\circ$

$\theta$ (degree)	Mode (Hz)				
	1st	2nd	3rd	4th	5th
0	31.06	121.64	178.29	344.46	510.42
15	20.78	115.40	170.76	336.08	449.66
30	14.33	80.32	192.61	235.80	490.86
45	11.97	67.19	164.31	197.31	410.81
60	11.43	63.41	130.00	183.74	347.44
75	11.54	63.39	119.42	181.52	322.25
90	11.85	65.90	119.19	189.08	332.01

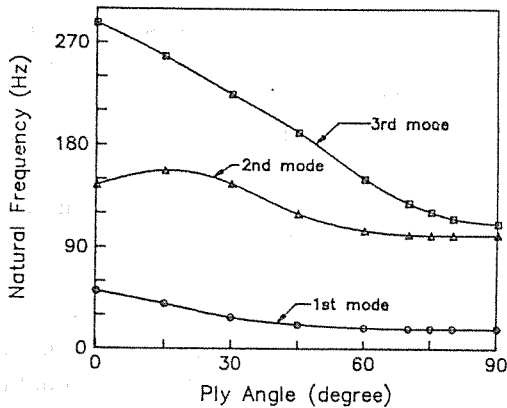


Fig. 3.1 Effect of ply angles on the vibration frequencies ( $\lambda=0^\circ$ )

75°를 지나면서 약간 커지는 것을 보인다. 또  $\lambda$ 가 40°일 때가 0°일 때 보다 전체적으로 고유 진동수가 작음을 보인다.

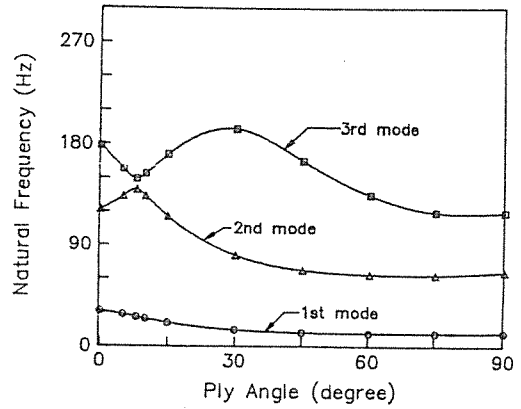


Fig. 3.2 Effect of ply angles on the vibration frequencies ( $\lambda=40^\circ$ )

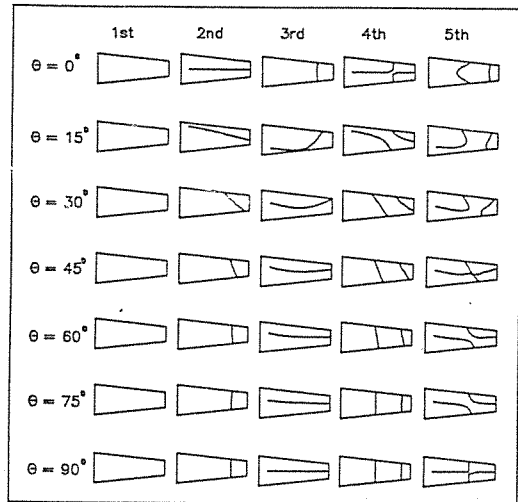


Fig. 4.1 Nodal patterns at  $\lambda=0^\circ$

Fig. 3.1과 Fig. 3.2는 각  $\lambda$ 에 대해  $\theta$ 에 따른 고유 진동수 변화 경향을 나타낸 것이다.  $\lambda$ 가 0°일 때는 각 모우드가 연속적으로 나타나지만  $\lambda$ 가 40°일 때에는  $\theta$ 가 8°인 부근에서 두번째 모우드와 세번째 모우드가 접근하는 것을 알 수 있다. Fig. 4.1과 Fig. 4.2는 각  $\lambda$ 에서  $\theta$ 에 따른 모우드의 패턴을 나타낸 것이다. Fig. 4.2를 보면  $\theta$ 가 0°에서 15°로 진행할 때 두번째 모우드는 비틀림 모우드에서 굽힘

모우드로 바뀌고 세번째 모우드는 굽힘 모우드에서 비틀림 모우드로 바뀌었다. 이렇게 모우드 모양이 바뀌는 부근의  $\theta$  값에서 두 모우드의 진동수는 접근하게 된다. 이러한 변화는 복합재료가 갖는 특성에 기인하는 것으로, 섬유방향이 변함에 따라 이방성 성질이 달라지게 되고 이에 따라 굽힘 강성과 비틀림 강성이 달라지기 때문이다.

이러한 결과는  $\theta$ 가 커짐에 따라 굽힘 강성이 작아지고 비틀림 강성이 커졌음을 보인다. 항공기 날개인 경우, 비틀림 모우드에 가까운 flutter가 발생하기 쉬운데 적절한 섬유방향을 결정하여 줌으로써 비틀림에 대한 고유 진동수를 변화시킬 수 있다.

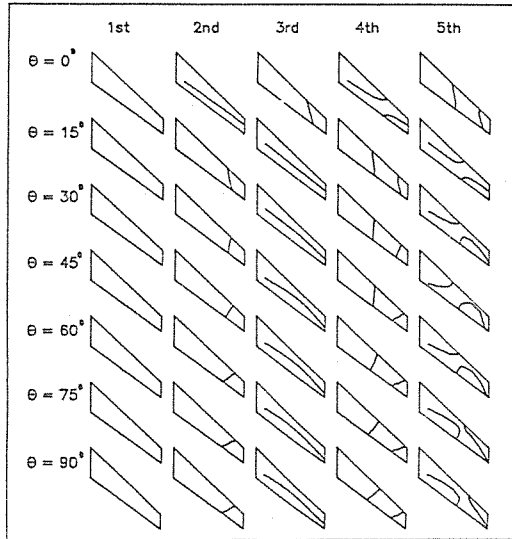


Fig. 4.2 Nodal patterns at  $\lambda=40^\circ$

#### 4. 결 론

1) 첫번째 모우드는 뒤제침 각이  $0^\circ$ 와  $40^\circ$ 의 두개의 날개에 대해 섬유방향에 관계없이 모두 굽힘 모우드이다.

2) 두번째 모우드는 섬유방향이 날개 뿌리의 시위선에 수직한 방향에서 벗어날수록 비틀림 모우드에서 굽힘 모우드로 바뀌어 가는데, 이것은 굽힘 강성이 작아지고 비틀림 강성이 커졌기 때문이다.

3) 세번째 모우드는 섬유방향의 각이 증가할수록 굽힘 모우드에서 비틀림 모우드로 바뀐다.

4) 뒤제침 각이  $40^\circ$ 인 경우는  $0^\circ$ 인 경우보다 모든 진동수가 작다.

5) 뒤제침 각이  $40^\circ$ 인 경우에  $\theta$ 가  $8^\circ$ 인 부근에서 두번째와 세번째 모우드의 진동수가 접근한다.

#### 참고문헌

1. R.D. Mindlin, "Influence of Rotary Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic, Elastic Plates," J. Appl. Mech., Vol. 18, 1951, pp.31-38.
2. P.C. Yang, C. H. Norris, and Y. Stavsky, "Elastic Wave Propagation in Heterogeneous Plates," Int. J. of Solids and Structures, Vol. 2, 1966, pp.665-684.
3. C.W. Bert and T.C. Chen, "Effect of Shear Deformation on Vibration of Antisymmetric Angle-ply Laminated Rectangular Plates," Int. J. Solids Structures, Vol. 14, 1978, pp.465-473.
4. E.F. Crawley, "The Natural Modes of Graphite/Epoxy Cantilever Plates and Shells," J. Composite Materials, Vol. 13, July 1979, pp. 195-205.
5. J.N. Reddy, "A Penalty Plate-Bending Element for the Analysis of Laminated Anisotropic Composite Plates," Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol. 15, 1980, pp.1187-1206.
6. D.W. Jensen, E.F. Crawley, "Frequency Determination Techniques for Cantilevered Plates with Bending-Torsion Coupling," "AIAA Journal, Vol. 22, No. 3, Mar. 1984, pp. 415-420.
7. H.V. Lakshminarayana and S. Sridhara Murthy, "A Shear-Flexible Triangular Finite Element Model for Laminated Composite Plates," Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol. 20, 1984, pp.591-623.

8. R.M. Jones, *Mechanics of Composite Materials*, McGraw-Hill, New York, 1975.

9. J.M. Whitney, "Shear Correction Factors for

Orthotropic Laminates under Static Load,"  
Transactions of ASME, Mar. 1973, pp.302  
-304.

---