

## 論文

## 상자형 보로 보강된 복합재료 사각판의 진동 및 좌굴특성

김영완\* · 정 강\*

**Vibration and Buckling Characteristics for Composite Rectangular Plates Stiffened with Box Beam Stiffeners**

Young-Wann Kim\* and Kang Chung\*

**ABSTRACT**

The Rayleigh-Ritz procedure based on energy method is used to present analytically the natural frequencies and the critical buckling loads for four types of loading conditions: (1) uniaxial, (2) biaxial, (3) positive shear and (4) negative shear, of the rectangular, composite plates unidirectionally stiffened with box beam type stiffeners. In analysis the discrete stiffener theory is adopted to present the effect of stiffeners in the plate structure. The convergence study is presented to demonstrate the accuracy of the results. Contour plots of the vibrated and buckled mode shapes are shown for some examples. The effect of various parameters such as numbers, position, aspect ratio of stiffener and layer angle, aspect ratio of plate are focused.

## 초 록

한 방향으로 상자형 단면을 갖는 보강재로 보강된 복합재료 사각판에 대한 고유진동수 및 한 방향 압축, 양방향 압축, 양 또는 음의 전단하중에 대한 임계좌굴하중에 대한 이론적 해석을 위해 에너지법을 기초로 한 Rayleigh-Ritz 과정이 이용되었다. 해석과정에서 판 구조물에서의 보강재에 의한 보강효과를 표현하기 위해 이산보강이론이 도입되었다. 해의 정확도를 검증하기 위해 수렴성 검토가 이루어졌으며, 몇 가지 예에 대해 진동 및 좌굴모드형상의 contour plot이 제시되었다. 보강재의 수, 위치, 형상비와 판의 적층각, 형상비 등과 같은 변수에 따른 영향을 중점적으로 설명하였다.

**1. 서 론**

적층 복합재료는 기존의 금속재료 등에 비해 비강도, 비강성이 매우 우수하기 때문에 복합재료 적층 구조물

은 항공기, 자동차, 해상구조물 및 다른 응용구조물에 널리 이용되고 있다. 그러나 이들 구조물들의 이용에 있어 설계조건에 맞는 충분한 강성을 갖게 하기 위해서는 많은 수의 적층이 필요하지만 이것은 비용이나

구조물의 중량 등에 있어 두께에 한계를 갖게 된다. 이와 같이 두께에 한계를 가짐으로써 나타날 수 있는 현상은 구조물이 설계조건에 맞는 충분한 강성을 가질 수 없다는 것이다. 따라서 구조물에 충분한 강성을 주기 위해서 다른 방법이 사용되어야 하며 그 중에 하나가 보강재로 구조물을 보강하는 방법이다. 이와 같이 보강재로 보강된 판을 보강판이라 하며, 보강판은 비행기, 잠수함, 자동차 등의 응용구조물에서 흔히 볼 수 있는 구조물이다. 압축하중을 받는 기계구조물이나 자동차의 정면 충돌을 고려한 측면 부재의 설계에서는 이들 보강판의 좌굴특성이 매우 중요한 설계요소중의 하나이다. 또한 앞에서 고려된 구조물들은 다양한 형태의 동적 하중을 받을 수 있으며, 이로 인해 구조물들이 경우에 따라 공진이 발생되며 심한 경우 구조물이 파괴될 수도 있다. 항공기 등과 같이 민감한 구조물들은 공진에 의한 파괴가 아니더라도 진동은 구조물의 안전에 치명적일 수 있기 때문에 구조물의 동적 거동을 분석하여 설계에 이용되어야 한다.

일반적으로 보강되지 않은 적층판에 대한 결과는 많은 연구자[1]에 의해 연구되었으나, 상대적으로 복합재료로 적층된 보강재로 보강된 적층판에 대한 연구는 그다지 많지 않다. 보강 구조물을 이론적으로 해석하는 방법에는 크게 두 가지로 나눌 수가 있다. 첫 번째로 예전에 많이 사용된 방법으로 보강재의 강성을 판과 같은 구조물에 균일하게 분포시켜 일정두께를 갖는 직교이방성판으로 간주하여 해석하는 방법으로 보강재들이 조밀하게 근접해 있는 경우에만 적용이 가능한 방법으로 확산보강이론이라 한다[2~5]. 그러나 실제구조물에서는 보강재가 근접해 있지 않은 경우가 많기 때문에 실질적으로 모든 보강 구조물의 해석에 적용이 불가능하다. 이를 극복하기 위해 개발된 방법으로 개개의 보강재를 하나의 구조요소로써 취급하여 해석하는 이산보강이론으로 이 방법은 보강재가 근접해 있지 않은 경우에 대해서도 좋은 결과를 얻을 수 있다[6~7]. 한편 보강구조물의 해석에 널리 이용되고 있는 또 다른 방법은 보다 접근이 용이한 유한요소법으로 보강재의 형상 등으로 인해 이론 해석에서 수치적으로 매우 복잡해지기 때문에 유한요소법이 많이 이용되고 있다[8~10]. 그러나 이 방법은 해석 결과에 대한 정확성을 기하기 위해 많은 요소로 분할을 하여야 하며, 이로 인해 많은 해석 시간이 요구된다. 또한 구조물의 모델이 변경될 때마다 다시 프로그램을 수정하여야 하는 등의 여러 가지 복잡한 요인이 있다. 그리고 대부분의 이론

해석에서는 이론적으로 해석접근이 용이한 사각단면을 갖는 보형태의 단순 보강재가 주요 해석 대상이 되고 있다. 그러나 실제구조물에서의 보강재는 다양한 형태로 존재하며 가장 많이 쓰이고 있는 형태가 상자(box)형 보강재이다.

본 연구에서는 상자형 보강재가 고려되었으며, 적은 수의 보강재로 보강되는 보강 구조물의 해석에 보다 효과적인 이산보강이론을 이용하여 이론적으로 여러 가지 보강판에 대한 진동 및 좌굴특성을 연구하였으며, 이론해석과정에서 Rayleigh-Ritz법을 적용시키기 위해 에너지법이 이용되었다. 판의 적층각, 형상비 및 보강재의 형상비, 개수, 위치 등에 따른 진동 및 좌굴특성을 제시하였으며, 몇몇의 진동 및 좌굴형상을 도시적으로 표현하여 보강에 따른 모드형상의 변화를 가시화하였다.

## 2. 수 식 화

본 연구에서는 Fig. 1에 나타난 것처럼 상자형 보강한 방향으로 보강된 복합재료판을 고려하였다.  $x$ 방향 길이가  $a$ ,  $y$ 방향 길이가  $b$ , 두께가  $t$ 인 판이며, 상자형 보강재의 폭과 높이는  $w_x, d_x$ , 두께는  $t_x$ 이다. 한편  $i$ -번째 보강재의 위치를  $y_i$ 로 표현하였으며  $y_i$ 는 원점에서 보강재의 중심까지 거리이다. 한편 본 연구에서 고려된 하중조건은 Fig. 1(b)에 제시된 것처럼 한 방향 압축, 양방향 압축, 양의 전단, 음의 전단 등 네 가지 내평면력이 고려되었다.

먼저 보강재가 고려되지 않은 판에서 만의 변형에너지는 고려된 판이 얇기 때문에 평면응력상태라 가정하여 다음과 같이 정의된다.

$$U_p = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b [M_x x_x + M_y x_y + 2M_{xy} x_{xy}] dx dy \quad (1)$$

여기서

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_x \\ x_y \\ x_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$x_x = -w_{,xx} \quad x_y = -w_{,yy} \quad x_{xy} = -2w_{,xy} \quad (3)$$

$D_{ij}$  ( $i, j=1, 2, 6$ )는 굽힘강성이며,  $x_{ij}$  ( $i, j=x, y$ )는 곡률,

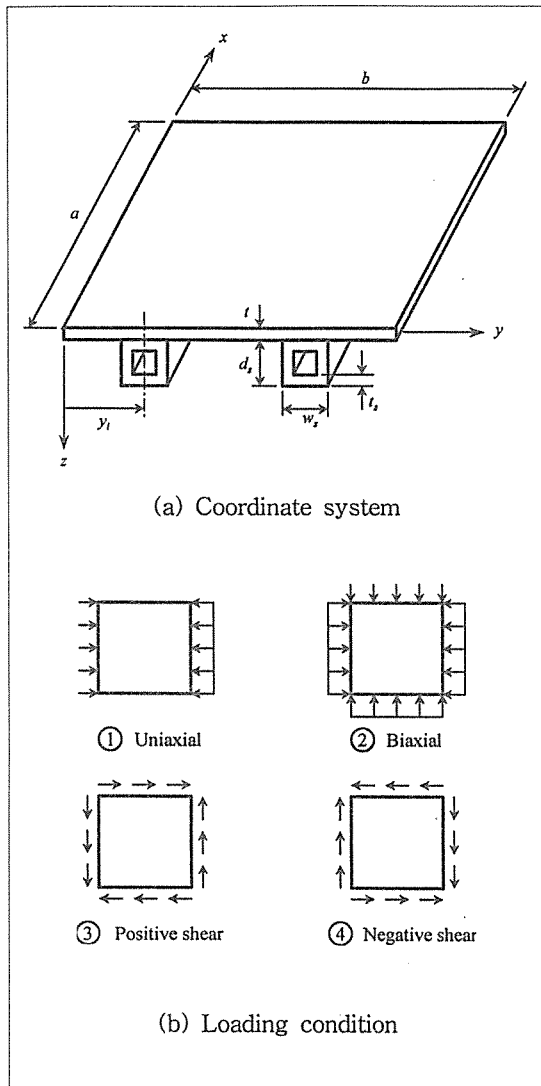


Fig. 1 Considered coordinate system of stiffened plate and loading conditions for buckling

(,)는 공간좌표에 대한 미분을 나타낸다.

판이 내평면 압축이나 전단을 받는다면, 이 내평면력에 의한 판의 변형에너지는 다음과 같다.

$$V_p = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b [N_x w_{,xx}^2 + N_y w_{,yy}^2 + 2N_{xy} w_{,xx} w_{,yy}] dx dy \quad (4)$$

여기서  $N_x, N_y, N_{xy}$ 는 내평면력이다. 판에 대한 운동에너지는 다음과 같이 정의된다.

$$T_p = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \rho t w^2 dx dy \quad (5)$$

한편  $i$ -번째 보강재에 대한 변형에너지는 다음과 같이 길이방향 및 비틀림곡률의 향으로 정의될 수 있다.

$$U_{Si} = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b [(EI)_i w_{,sx}^2 + (GJ)_i w_{,sy}^2] dy dx \quad (6)$$

여기서  $i$ -번째 보강재의 굽힘강성  $(EI)_i$ 와 비틀림강성  $(GJ)_i$ 는 판의 중립축에 대해 상자형 보강재에 대해 다음과 같이 된다.

$$(EI)_i = 2D_{s11} w_s + \left\{ \frac{2d_s^3}{3} + (w_s - t_s) d_s^2 + \frac{t_s^2}{2} (2w_s - d_s) - \frac{t_s^3}{6} \right\} A_{s11} \quad (7)$$

$$(GJ)_i = \frac{2A_{s66}(w_s^3 + d_s^3)}{3}$$

여기서 첨자  $s$ 는 보강재를 의미하며,  $D_s, A_s$ 는 복합재료 보강재의 강성계수이다.

그리고  $i$ -번째 보강재에 내평면력이 작용하면 추가적인 변형에너지가 발생된다. 이 때 내평면력에 의한 보강재의 변형에너지는 다음과 같다.

$$V_{Si} = \frac{1}{2} \int_A [N_x w_{,sx}^2 + N_y w_{,sy}^2 + 2N_{xy} w_{,sx} w_{,sy}] dA \quad (8)$$

$i$ -번째 보강재에 대한 운동에너지는 다음과 같이 정의된다.

$$T_{Si} = \frac{1}{2} \int_A \rho t_s \dot{w}^2 dA \quad (9)$$

따라서 내평면력을 받고  $N_s$ 개의 보강재로 보강된 판의 총 변형에너지 및 운동에너지는 각각의 변형에너지와 운동에너지에 대한 합으로 표현된다.

$$U_i = U_p + V_p + \sum_{i=1}^{N_s} \{U_{Si} + V_{Si}\} \quad (10)$$

$$T_i = T_p + \sum_{i=1}^{N_s} T_{Si}$$

고려된 경계조건은 사각판의 네 변이 모두 단순지지 되었으며, 수학적으로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} w=0 & \quad M_x=0 & \text{at } x=0, a \\ w=0 & \quad M_y=0 & \text{at } y=0, b \end{aligned} \quad (11)$$

고려된 경계조건을 만족하는 변위식을 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \cos \omega_{mnt} \quad (12)$$

여기서  $m, n$ 은  $x, y$ 방향으로의 반파수,  $W_{mn}$ 와  $\omega_{mnt}$ 은  $mn$ 모드에서의 진폭과 각진동수를 나타내며,  $M, N$ 은 각 좌굴 및 진동형상을 나타내는 처짐식  $w$ 에 대한 급수항이다.

가정된 변위식(12)을 총 변형에너지식(10)에 대입, 정리하여 Rayleigh-Ritz법을 적용하면 다음과 같은 고유치문제가 된다.

$$([K_{mn}] - \lambda[M_{mn}])W_{mn} = 0 \quad (13)$$

여기서  $K_{mn}, M_{mn}$ 은  $(M \times N) \times (M \times N)$ 차원의 행렬이며, 식(13)은  $M \times N$ 개의 연립방정식이 된다.  $\lambda$ 는 진동해석에서는 진동수, 좌굴해석에서는 임계좌굴하중에 관계된 매개변수이다.

좌굴해석을 할 때 고려된 하중조건은 앞에서 설명된 것과 같이 다음과 같은 조건을 갖는다.

- (1) 한 방향 내평면 압축 ( $N_x \neq 0, N_y = N_{xy} = 0$ )
- (2) 양방향 내평면 압축 ( $N_x = N_y, N_{xy} = 0$ )
- (3) 양의 내평면 전단 ( $N_x = N_y = 0, N_{xy}$ 는 양의 값)
- (4) 음의 내평면 전단 ( $N_x = N_y = 0, N_{xy}$ 는 음의 값)

본 연구에서는 임계좌굴하중 및 진동수에 대해 무차원화 하였으며 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda_U, \lambda_B = -\frac{N_x b^2}{D_o} \quad (14a)$$

$$\lambda_{PS}, \lambda_{NS} = \frac{N_{xy} b^2}{D_o}, -\frac{N_{xy} b^2}{D_o} \quad (14b)$$

$$\lambda_f = \omega b^2 \sqrt{\frac{\rho}{D_o}} \quad (14c)$$

여기서

$$D_o = \frac{E_1 t^3}{12(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$$

### 3. 수치예 및 고찰

본 연구에서 수치해석에 이용될 재료는 Table 1처럼 탄소섬유(graphite/epoxy; T300/NY556/HY917)로써 판과 보강재는 같은 재료특성을 갖는다. 또한 보강판은 모든 경우에 대해 같은 성질의 보강재로 보강이 된다. 즉, 판의 평면상의 면적은 항상  $a \times b = 2500 \text{ cm}^2$ 이고, 적층 방법은 경우에 따라 변할 수 있으며 각 층의 두께는  $0.13 \text{ mm}$ 이다. 모든 보강재에 대해 항상 보강재의 크기는  $d_s \times w_s = 2.25 \text{ cm}^2$ 이고,  $[\pm 45/0/90]_s$ 의 대칭 적층[1]을 갖는다.

#### 3.1 수렴성 검토

해에 대해 보다 정확한 결과를 얻기 위해 가정된 변위식(12)에서의 급수항( $M, N$ )을 결정하여야 한다. 물론 급수항이 많으면 많을수록 보다 정확한 결과를 얻을 수 있지만 풀어야 할 행렬의 크기가 커져 계산시간이 많이 소요되기 때문에 보다 효과적인 급수항을 결정할 필요가 있다. 한편 본 해의 타당성을 검증하기 위해 상대적으로 비교하기가 쉬운 고유진동수, 한 방향

Table 1 Material properties and geometric data

	Plate	Each Stiffener
Material Properties	$E_1=138\text{GPa}$ $\nu_{12}=0.3$	$E_2=8.96\text{GPa}$ $G_{12}=7.1\text{GPa}$ $\rho=1560\text{kg/m}^3$
Dimension	$a \times b = 2500\text{cm}^2$	$d_s \times w_s = 2.25\text{cm}^2$
Stacking Sequence	variable	$[\pm 45/0/90]_s$
Thickness for each layer	$t_k = 0.13\text{mm}$	

압축과 양방향압축에 대한 좌굴하중만을 한정하여 유한요소해석을 수행하여 그 결과를 본 이론해와 비교하였다. 이 때 유한요소해석은 상용유한요소프로그램인 ANSYS[11]가 이용되었으며, 사용된 요소는 ANSYS에서 제공하는 다적층 쉘요소인 SHELL99를 이용하였으며, 이 요소는 8-절점, 6-자유도를 갖다. 유한요소해석에서의 고유치문제는 축소 부공간 해석법(reduced subspace analysis)이 사용되었다.

수렴성은 판의 형상비나 보강재의 수에 따라 다를 수 있기 때문에 수렴성을 검토하기 위해 보강재의 형상비  $d_s/w_s=1$ 인 둘 또는 일곱 개의 보강재가 판에 균일한 간격으로 보강된 판을 고려하였으며, 고려된 판의 형상비 ( $a/b$ )는 0.5, 1, 2인 것이 이용되었다. 두 개의 보강재로 보강된 판에 대한 결과를 Table 2(a)에, 일곱 개의 보강재로 보강된 판에 대한 결과는 Table 2(b)에 정리하였다. 표에 나타난 것처럼 고려된 모든 보강판에 대해  $x$ 방향의 급수항  $M$ 은 해의 수렴성에 그다지 큰 영향을 끼치지 않지만,  $y$ 방향에 대한 급수항  $N$ 에 대해서는 그 영향 정도가 크게 나타나고 있다. 보강재수가 적은 경우 진동해석결과나 양방향 압축인 경우에는 적은 급수항  $M$ 에서 수렴을 하지만 이 이외의 경우에는 보다 큰  $M$ 에서 수렴을 하며, 모든 경우에 대해  $N=14$ 에서 충분한 수렴이 이루어졌다. 따라서 보강재가 두 개이하인 경우에 대해서는 모든 해석종류에 적용할 수 있도록  $M \times N=8 \times 14$ 를 선택하는 것이 해의 정확성에 큰 무리가 없는 것으로 판단되어 앞으로 계산될 모든 수치예에 적용할 것이다. 또한 일곱 개의 보강재에 대한 결과를 정리한 Table 2(b)에서  $y$ 방향의 급수항  $N$ 은  $x$ 방향의 급수항  $M$ 에 비해 큰 값에서 해가 수렴을 한다. 다시 말해 보강재수가 많아질수록 큰 값의 급수항  $N$ 에서 수렴을 한다. 따라서 보강재가 두 개 이상인 보강판의 경우에 대해서는  $M \times N=10 \times 24$ 를 선택하여 앞으로 계산될 모든 수치예에 적용할 것이다. 앞의 수렴성 검토에서 알 수 있듯이 보강재가 많아지면 해의 수렴에 도달하는 급수항이 크게 증가하여 계산할 행렬의 차원이 크게 되어 많은 보강재로 보강할 경우 본 연구에서 도입된 이산보강이론은 그다지 큰 효과가 없을 것으로 판단된다.

또한 적층판에서 적층각이 수렴성에 미치는 영향을 검토하기 위해  $[\theta]_8$  적층된 정사각 비보강판과  $d_s/w_s=1$ 인 네 개의 보강재로 보강된 정사각판에 대한 수렴성 결과를 Table 3에 제시하였다. 비보강판의 경우 적층각에 관계없이 적은 항에서 수렴이 이루어지고 있다.

Table 2(a) Convergence study for  $[\pm 45/0/90]_8$  composite plates stiffened with 2-stiffener ( $d_s/w_s=1$ )

	$a/b=0.5$			$a/b=1$			$a/b=2$		
1. Fundamental Frequency Parameter; $\lambda_F$									
$N$	$M=2$	$M=4$	$M=6$	$M=2$	$M=4$	$M=6$	$M=2$	$M=4$	$M=6$
6	112.8	112.8	112.8	78.20	78.20	78.20	30.45	30.45	30.45
8	111.5	111.5	111.5	77.04	77.02	77.04	30.24	30.23	30.23
10	109.8	109.8	109.8	76.66	76.64	76.63	30.20	30.20	30.20
12	108.4	108.3	108.3	76.02	76.00	76.00	30.20	30.20	30.20
14	108.3	108.3	108.2	75.97	75.95	75.94	30.17	30.17	30.17
FEM	104.7			74.25			27.72		
2. Critical Biaxial Buckling Load Parameter; $\lambda_B$									
$N$	$M=2$	$M=4$	$M=6$	$M=2$	$M=4$	$M=6$	$M=2$	$M=4$	$M=6$
6	88.15	88.14	88.14	67.72	67.71	67.71	53.48	53.48	53.48
8	86.94	86.84	86.81	66.54	66.49	66.47	51.30	51.28	51.27
10	85.02	84.46	84.41	65.13	65.06	65.04	51.12	51.10	51.09
12	84.47	84.31	84.26	64.63	64.56	64.54	49.97	49.95	49.94
14	84.17	83.99	83.93	64.30	64.23	64.21	49.63	49.61	49.60
FEM	80.27			61.87			45.78		
3. Critical Uniaxial Buckling Load Parameter; $\lambda_U$									
$N$	$M=6$	$M=8$	$M=10$	$M=6$	$M=8$	$M=10$	$M=6$	$M=8$	$M=10$
6	257.7	257.6	257.6	257.4	257.4	257.4	265.2	256.0	255.9
8	247.7	247.6	247.6	246.2	245.8	245.7	257.6	244.4	243.1
10	241.9	241.7	241.6	240.9	240.6	240.5	251.2	239.4	238.6
12	236.5	236.4	236.3	235.9	235.6	235.5	245.0	234.4	233.9
14	235.7	235.5	235.4	235.3	234.9	234.8	244.8	233.8	232.8
FEM	224.3			229.0			227.2		
4. Critical Positive Shear Load Parameter; $\lambda_{FS}$									
$N$	$M=6$	$M=8$	$M=10$	$M=6$	$M=8$	$M=10$	$M=6$	$M=8$	$M=10$
6	1183	1187	1186	725.2	724.4	724.1	384.6	383.4	382.9
8	324.3	323.9	323.7	249.5	249.0	248.9	241.7	234.8	234.5
10	306.1	305.9	305.8	242.2	241.9	241.8	237.7	231.2	230.9
12	295.5	295.2	295.1	237.3	236.9	236.7	233.3	225.8	225.5
14	291.2	290.9	290.7	233.1	232.7	232.6	228.6	221.9	221.6
5. Critical Negative Shear Load Parameter; $\lambda_{NS}$									
$N$	$M=6$	$M=8$	$M=10$	$M=6$	$M=8$	$M=10$	$M=6$	$M=8$	$M=10$
6	1297	1296	1296	773.6	772.8	772.6	404.5	403.4	403.0
8	453.7	453.5	453.5	349.0	348.8	348.8	321.2	320.1	319.8
10	441.1	441.0	441.0	343.1	343.0	342.9	311.3	310.3	309.8
12	433.6	433.5	433.5	340.1	339.9	339.9	307.7	306.5	306.1
14	425.7	425.7	425.7	333.8	333.6	333.6	301.2	300.0	299.6

보강판의 경우에는 진동수나 양방향압축 좌굴하중에 대해 적층각에 관계없이 비보강판과 마찬가지로 적은 항에서 수렴이 이루어지나 다른 좌굴하중에 대해서는 적층각이 커질수록 수렴되는 항이 증가하는 것을 알 수 있다.

다음의 3-2, 3-3절에서 진동해석과 좌굴해석을 분리하여 수치예를 제시하고 이를 통해 각각의 특성을 설명하고자 한다.

### 3.2 진동해석

Fig. 2는  $[\theta] - \theta/\theta - \theta/\theta - \theta/\theta$ 로 angle-ply 적층된 정사각판의 적층각에 따른 진동수 매개변수의 변화를 보여 주고 있다. 이 때 고려된 보강판은 3가지로 보강재의 높이 대 폭의 비(또는 형상비)  $d_s/w_s=1$ 인 보강

Table 2(b) Convergence study for  $[\pm 45/0/90]_s$  composite plates stiffened with 7-stiffener ( $d_s/w_s=1$ )

		$a/b=0.5$			$a/b=1$			$a/b=2$		
1. Fundamental Frequency Parameter; $\lambda_F$										
$N$	$M=2$	$M=4$	$M=6$	$M=2$	$M=4$	$M=6$	$M=2$	$M=4$	$M=6$	
10	519.2	519.2	519.2	145.9	145.9	145.9	44.38	44.38	44.38	
14	515.6	515.6	515.6	145.5	145.5	145.5	44.17	44.17	44.17	
18	467.3	467.3	467.3	144.4	144.4	144.4	43.26	43.26	43.26	
22	464.5	464.5	464.5	144.4	144.4	144.4	43.23	43.23	43.23	
24	464.3	464.3	464.3	144.4	144.4	144.4	43.19	43.19	43.19	
FEM	445.7			135.3			42.0			
2. Critical Biaxial Buckling Load Parameter; $\lambda_B$										
$N$	$M=2$	$M=4$	$M=6$	$M=2$	$M=4$	$M=6$	$M=2$	$M=4$	$M=6$	
10	1508	1508	1508	325.9	325.9	325.9	129.5	129.5	129.5	
14	925.3	925.3	925.3	325.7	325.7	325.7	125.2	125.2	125.2	
18	459.9	459.9	459.8	313.2	313.2	313.1	118.5	118.5	118.5	
22	452.0	451.8	451.7	308.0	308.0	307.9	117.1	117.1	117.1	
24	446.2	446.1	446.0	306.7	306.7	306.6	117.0	117.0	117.0	
FEM	425.2			301.8			116.5			
3. Critical Uniaxial Buckling Load Parameter; $\lambda_U$										
$N$	$M=6$	$M=8$	$M=10$	$M=8$	$M=10$	$M=12$	$M=6$	$M=8$	$M=10$	
14	6398	6398	6398	2190	2190	2190	804.4	804.4	804.4	
18	1850	1850	1849	2049	1857	1845	771.6	771.6	771.6	
22	1748	1745	1744	1842	1760	1742	770.5	770.5	770.5	
24	1731	1727	1726	1822	1742	1724	768.9	768.9	768.9	
26	1727	1723	1722	1818	1738	1721	767.6	767.6	767.6	
FEM	1681			1685			756.4			
4. Critical Positive Shear Load Parameter; $\lambda_{PS}$										
$N$	$M=6$	$M=8$	$M=10$	$M=6$	$M=8$	$M=10$	$M=6$	$M=8$	$M=10$	
14	44042	28989	9776	18178	10836	3855	8446	4161	1378	
18	21310	3720	3719	10351	2758	2752	3015	1243	1241	
22	1880	1877	1876	2021	1839	1812	1215	1212	1210	
24	1742	1740	1739	1890	1706	1680	1215	1210	1208	
26	1727	1724	1723	1870	1691	1664	1212	1209	1207	
5. Critical Negative Shear Load Parameter; $\lambda_{NS}$										
$N$	$M=6$	$M=8$	$M=10$	$M=6$	$M=8$	$M=10$	$M=6$	$M=8$	$M=10$	
14	38263	28561	9922	18331	11182	3936	8659	4328	1392	
18	21584	4241	4240	10855	2874	2869	1387	1273	1271	
22	2605	2603	2602	2436	2422	2418	1247	1244	1243	
24	2481	2478	2478	2380	2366	2363	1245	1242	1241	
26	2469	2466	2466	2356	2343	2338	1244	1241	1240	

제가 균일한 간격으로 1, 3, 5개로 보강된 판이 고려되었다. 그림의 y축은 각 판에서 진동수매개변수가 최소 ( $\lambda_{min}$ )인 적층각 0°일 때의 값에 대한 다른 적층각에서의 진동수 매개변수( $\lambda$ )의 변화율을 나타낸 것이다. Fig. 3은 Fig. 2에서 고려된 판에 대한 주요 적층각에서의 진동모드형상을 제시한 것으로 Fig. 2와 Fig. 3을 동시에 비교하면서 적층각의 변화에 따른 진동특성을 설명하고자 한다. Fig. 3에서 실선은 모드형상의 등고선을 점선은 보강재를 나타낸다. Fig. 2에서 보강되지 않은 판의 경우 적층각 45°에서 진동수 매개변수가 가장 크게 나타나지만 보강판의 경우 최대 진동수 매개변수는 적층각 90°에서 나타난다. 그리고 형상비가 2인 비보강판의 경우에도 적층각이 90°일 때 가장 큰 진동수 매개변수를 갖고 있다. 이와 같이 보강판의 경

Table 3 Effect of layer angle  $\theta$  on convergence for  $[\theta]_s$  angle-ply composite square plates

$\theta$	$M \times N$	$\lambda_F$	$\lambda_U$	$\lambda_B$	$\lambda_{PS}$	$\lambda_{NS}$
(a) Unstiffened Plate						
0°	2×6	11.07	12.91	5.95	27.67	27.67
	4×8	11.07	12.91	5.95	25.78	25.78
	6×10	11.07	12.91	5.95	25.72	25.72
	8×12	11.07	12.91	5.95	25.71	25.71
	8×14	11.07	12.91	5.95	25.71	25.71
30°	2×6	12.14	14.91	7.39	24.30	68.36
	4×8	11.68	13.13	6.47	12.72	67.52
	6×10	11.51	12.71	6.26	12.24	67.35
	8×12	11.42	12.49	6.15	12.03	67.14
	8×14	11.41	12.46	6.14	12.01	67.11
60°	2×6	12.08	14.79	7.38	27.02	71.78
	4×8	11.60	11.42	6.31	12.51	67.32
	6×10	11.46	11.11	6.17	12.08	67.13
	8×12	11.38	10.96	6.09	11.91	66.98
	8×14	11.36	10.91	6.06	11.86	66.91
90°	2×6	11.07	7.43	5.95	34.80	34.80
	4×8	11.07	7.43	5.95	25.88	25.88
	6×10	11.07	7.43	5.95	25.75	25.75
	8×12	11.07	7.43	5.95	25.72	25.72
	8×14	11.07	7.43	5.95	25.72	25.72
(b) Stiffened Plate with 2-stiffener of $d_s/w_s=1$						
0°	2×6	41.28	104.9	14.87	375.3	375.3
	4×8	41.06	103.9	14.77	91.41	91.41
	6×10	40.39	101.9	14.43	88.12	88.12
	8×12	39.88	100.1	14.35	86.42	86.42
	8×14	39.88	100.1	14.31	85.31	85.31
30°	2×6	62.33	237.3	37.03	618.3	708.8
	4×8	60.61	154.9	33.24	100.2	304.4
	6×10	59.04	139.2	31.50	77.58	301.4
	8×12	58.40	134.6	30.91	72.60	299.7
	8×14	58.18	132.4	30.70	72.32	295.1
60°	2×6	90.26	470.3	115.1	944.0	1070.3
	4×8	88.42	206.8	93.80	221.1	602.0
	6×10	88.05	140.3	79.98	133.3	589.2
	8×12	87.67	118.6	74.90	110.6	580.0
	8×14	87.52	116.5	73.59	110.4	571.4
90°	2×6	96.19	576.1	153.8	1115	1115
	4×8	94.87	181.1	105.7	470.2	470.2
	6×10	94.86	111.0	84.68	327.5	327.5
	8×12	94.60	100.5	82.82	284.9	284.9
	8×14	94.50	100.5	82.80	280.5	280.5

우 적층각 90°에서 최대 진동수매개변수가 나타나는 이유는 판을 보강함으로써 보강재가 판을 형상비가 큰 여러 개의 판으로 분할시키는 결과가 되기 때문에 형상비가 2인 판에서 최대진동수매개변수가 적층각 90°에서 나왔듯이 보강판의 경우에도 적층각 90°에서 가장 큰 진동수 매개변수를 갖는다. 그리고 보강재가 많아질수록 보강재가 적을 때보다 진동수변화율이 감소

하여 많은 보강을 하면 판의 적층각에 대한 영향은 거의 없게 된다. 이와 같은 현상은 보강재가 적은 경우 진동형상은 주로 판에 의해 지배를 받지만 보강재가 많아질수록 진동형상은 판에서 나타나는 국부적인 진동형상은 거의 없어지고 보강재도 함께 변형이 되어 진동형상이 주로 보강재의 변형에 의해 지배를 받기 때문에 나타나는 현상으로 보강판의 진동거동은 다른 어떤 변수보다 주로 보강재의 특성에 의해 지배를 받게 된다. 예로써 Fig. 3에서처럼 작은 적층각을 갖는 판의 경우 보강재의 변형이 나타나지 않지만 5개의 보강재로 보강된 판의 경우에는 적층각 0°에서부터 보강재도 판과 더불어 변형이 되어 진동형상을 지배하고 있어 적층각의 변화에 대해 진동수변화율이 보강재수가 적은 다른 보강판에 비해 작게 나타나고 있는 것이다. 보강되지 않은 판의 경우 진동형상에서 적층각의 변화에 따라 등고선이 약간 기울어져 진동형상에 미소한 차이가 있으며, 많은 보강재를 갖는 판의 경우 적층각이 90°로 갈수록 국부적인 진동형상은 없어지고 비보강판의 경우처럼 판과 보강재가 하나의 요소처럼 변형이 된다.

Fig. 4는 cross-ply로 대칭 적층된  $[0/90]_{2s}$  판에 대해 보강재수에 따른 진동수 매개변수의 변화를 보여 주고 있다. 여기에서 보강재의 높이 대 폭의 비( $d_s/w_s$ )는 2이며, 판의 형상비  $a/b$ 가 0.5, 1, 2인 세 가지 종류의 판이 고려되었다. 그림에서 실선은 보강재의 증가에 따른 진동수변화율이고 점선은 질량변화율이며,  $\lambda_p$ ,  $m_p$ 는 각 형상비에서의 비보강판에 대한 진동수 매개변수 및 질량이고  $\lambda_s$ ,  $m_s$ 는 각 보강판에 대한 진동수 매개변수 및 질량이다. 고려된 모든 판에 대해 보강재가

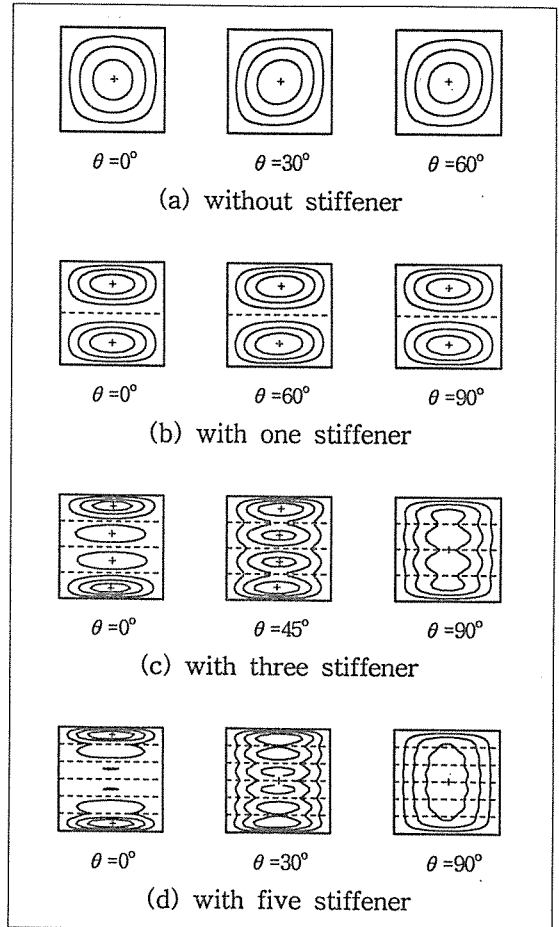


Fig. 3 Vibration mode contours for unstiffened/stiffened composite square plates in Fig. 2

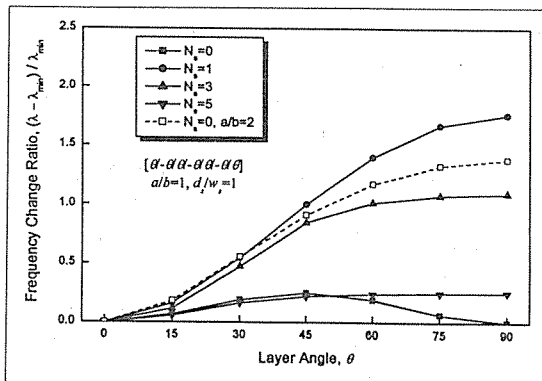


Fig. 2 Effect of layer angle on frequency for unstiffened/stiffened composite square plates

많아질수록 진동수는 증가하지만 형상비가 1, 2인 경우에서처럼 보강재가 어느 이상이 되면 진동수는 거의 일정한 값으로 접근하여 더 이상 보강을 하여도 보강 효과를 얻을 수 없게 된다. 이와 같은 이유는 진동형상을 제시한 Fig. 5를 통해 설명을 할 수 있다. 형상비  $a/b$ 가 2인 판의 경우 보강재수가 2 이상이 되면 보강재에서도 변형이 크게 일어나기 때문에 이 이후의 보강재수에서 진동수변화가 매우 작게 나타나는 것이다. 그리고 형상비가 0.5인 경우처럼 형상비가 작을수록 적은 수의 보강재에 의한 진동수변화율은 다른 형상비의 판에 비해 작게 나타나고 있으나 보강재 수가 많아질수록 변화율이 급격히 증가하여 다른 형상비의 판에 대한 변화율보다 클 것으로 예측된다. 이와 같은 진동

수 변화가 급격히 일어나는 현상은 Fig. 5의 경우 보강재수가 4인 경우 적은 보강재수로 보강된 판의 진동형상에서는 볼 수 없었던 보강재에서의 변형이 시작되기 때문에 진동수변화가 급격히 일어나는 것이다. 보강 구조물을 설계할 때 설계조건 내에서 진동수를 극대화하기 위해서는 판의 형상에 따라 적절한 수의 보강재로 보강을 함으로써 중량이나 비용 등을 최소화할 수 있을 것이다. 한 예로 판의 형상비가 2인 판을 두 개의 보강재로 보강을 할 경우 최대 질량증가는 35%정도이며 진동수증가는 약 550%로 질량 대 진동수증가비는 1:16정도로 적은 수의 보강재로도 큰 질량증가 없이 진동수를 크게 증가시킬 수 있다.

Fig. 5는 Fig. 4의 결과에 대해 보강재 수에 따른 진동형상의 변화를 보여주고 있다. 비보강판인 경우 형상비에 관계없이  $(m, n)=(1, 1)$ 의 모드형상을 갖지만 보강을 함으로써 이와 같은 특성은 사라지고 다른 형태의 진동형상을 하고 있다. 또한 보강재수가 적을수록 보강재에서의 변형은 거의 나타나지 않지만 보강재가 많아질수록 보강재에서의 변형도 커지는 것을 볼 수 있으며 보강재의 변형에 의해 보강재가 많아질수록 진동수매개변수가 크게 증가하는 것이다. 또한 형상비가 작은 경우 중앙부분의 보강재와 보강재사이의 판에서의 변형은 거의 일어나지 않고 판의 끝 부분의 판에서 변형이 주로 일어나는 것을 볼 수 있다.

Fig. 6은 보강재의 높이 대 폭의 비인 보강재의 형상비  $d_s/w_s$ 의 변화에 따른 진동수 매개변수의 거동을 나타낸 것으로 보강재의 단면적은 모두 일정하다. 모든 형상비의 판에 대해  $d_s/w_s$ 가 증가할수록 진동수매개변수는 커지지만 어느 이상이 되면 일정한 값으로 접근하게 되어  $d_s/w_s$ 의 영향이 거의 나타나질 않는다. 이와

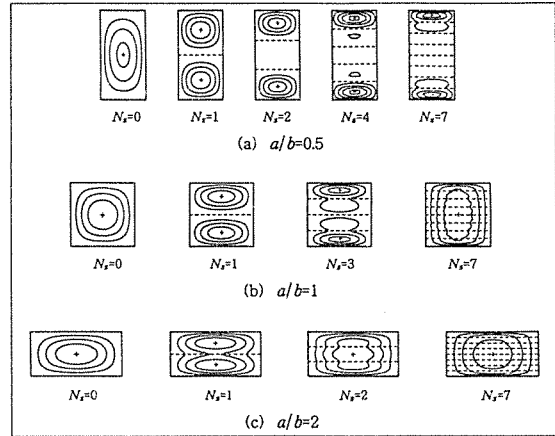


Fig. 5 Vibration mode contours for stiffened composite plates in Fig. 4

같은 현상은 Fig. 7의  $a/b$ 가 1인 판의 진동형상에서 나타나는 것처럼  $d_s/w_s$ 가 1이하인 경우의 진동형상은 보강재도 같이 변형이 되지만 2이상이 되면 진동형상에서 보강재의 변형은 거의 없고 판만이 변형을 하기 때문에 이 이상의 형상비에서는 진동수가 거의 일정하게 된다. 마찬가지로 형상비가 0.5인 판의 경우  $d_s/w_s$ 가 0.5일 때부터 보강재의 변형은 없고 판만 변형하게 되어 이 이상부터의 진동수는 거의 같은 값을 갖는다. 그렇지만 형상비가 큰  $a/b=2$ 인 판의 경우 진동형상에서 알 수 있듯이 보강재의 형상비가 9이상이 되면 판에서만 변형이 일어나 이 이후부터는 거의 일정한 진동수를 갖게 될 것이다. 이와 같이 동일한 중량 내에서 보강구조물을 설계할 때 보강재의 높이를 키움으로써 진동수를 증가시킬 수 있지만 한계 높이를 사전에 찾아야 한다. 그렇지 않고 보강재의 높이를 크게 할 경우 보강재 자체에서의 국부적인 진동이나 좌굴 등이 유발되어 구조물의 안정성에 치명적일 수 있다.

보강재의 위치변화에 따른 진동거동을 알아보기 위해 보강재의 형상비  $d_s/w_s=1$ 을 갖는 보강판에 대한 결과를 Fig. 8과 9에 나타냈다. Fig. 8(a)에서는 보강재간의 간격이 일정 비율을 갖도록 보강재의 위치변화를 도시적으로 나타낸 것이며,  $i$ -번째 보강재의 위치를 나타내는 함수  $y_i$ 는 식(15)와 같이 보강재의 분포비를  $S$ 에 따라 보강재의 위치가 달라진다. 이 식은 짝수 개의 보강재로 보강되는 경우에만 적용될 수 있으며, 보강재는 판의 중앙을 기준으로 대칭으로 위치하게 된다.

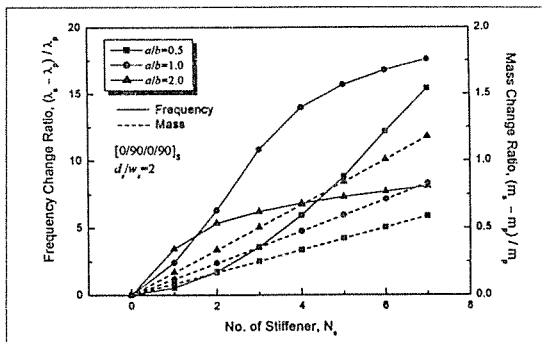


Fig. 4 Effect of stiffener number on frequency and mass for stiffened composite plates



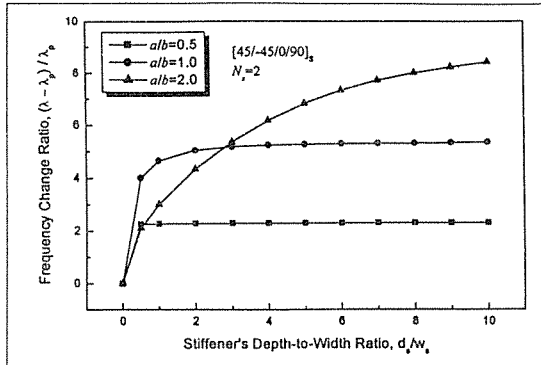


Fig. 6 Effect of stiffener's height-to-width ratio on frequency for stiffened composite plates

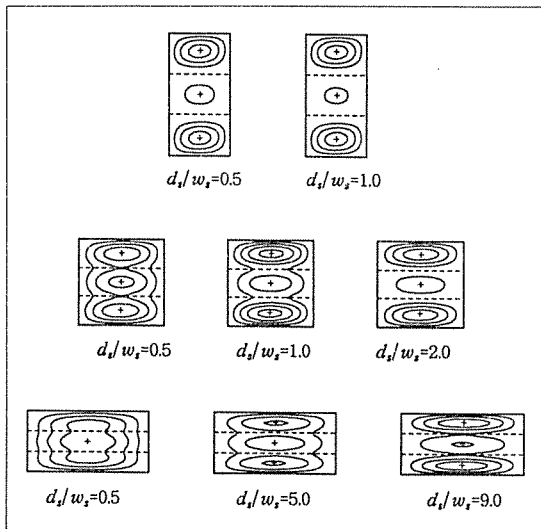


Fig. 7 Vibration mode contours for stiffened composite plates in Fig. 6

$$y_i = \frac{\sum_{k=1}^{N_y/2} S^k}{2(1+X)}, \quad X = \sum_{k=1}^{N_y/2} S^{k-1}, \quad i, k=1, N_y/2 \quad (15)$$

여기서  $S$ 가 1보다 크면 보강재의 위치는 판의 양단 부근에,  $S$ 가 1보다 작으면 판의 중앙에 편중이 되며,  $S$ 가 1이면 판의 대칭축을 기준으로 한쪽 단에 대해 보강재가 등간격으로 분포된다. Fig. 8(b)는 6개의 보강재로 보강된 판에 대해 보강재의 위치에 따른 진동수의 거동을 보여 주고 있다. 이 때  $y$ 축은 보강재의 분포비  $S$ 에 따른 진동수 매개변수( $\lambda_y$ )를 등간격으로 보강된 균일 보강판의 진동수 매개변수( $\lambda_{yc}$ )로 나눈 값으로 1보다 작으면 균일 보강판의 진동수보다 작은 진동수를

갖는다. 형상비가 작은  $a/b=0.5, 1$ 에 대해 전반적으로 균일 보강판의 진동수보다 비균일 보강판의 진동수가 작게 나타나고 있으나, 형상비가 큰  $a/b=2$ 에 대해서는  $S=1.0$ 이상부터는 균일 보강판보다 큰 진동수를 갖는다. 이와 같은 현상은 진동형상을 나타내는 Fig. 9에서 설명될 수 있다. 형상비가 0.5인 판의 경우 비균일 보강판의 경우 판에서만 굽힘이 일어나지만 균일 보강판의 경우 보강재에서도 굽힘이 일어나고 있어 균일 보강판이 다른 비균일 보강판보다 큰 진동수를 갖는 것이다. 마찬가지로 형상비가 1인 경우에도 분포비율  $S=1/2, 2$ 인 경우에는 보강재에서의 변형은 거의 없고 판에서만 변형이 발생되어 균일 보강판에 비해 진동수가 작게 나오지만 균일 보강판과 유사한 분포를 하는  $S=1$ 인 경우에는 균일 보강판의 진동수에 근접한 값을 갖는다. 이와 같이 진동측면에서 보강재를 판에 균일한 간격으로 보강하는 것이 보다 효과적이라 할 수 있다.

Fig. 10은 판의 형상비에 따른 진동수 매개변수의 거동을 나타내고 있다. 형상비가 작을 때 가장 큰 진동수 매개변수를 가지며 형상비가 커질수록 급격히 감소

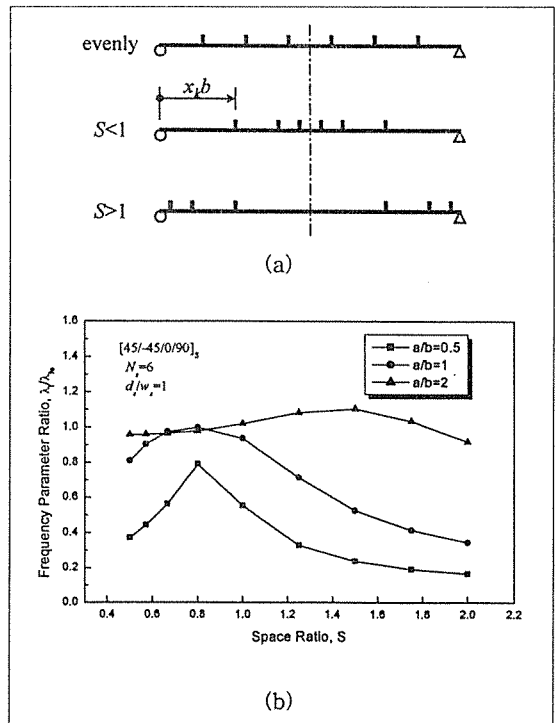


Fig. 8 Effect of stiffener position on frequency for stiffened composite plates

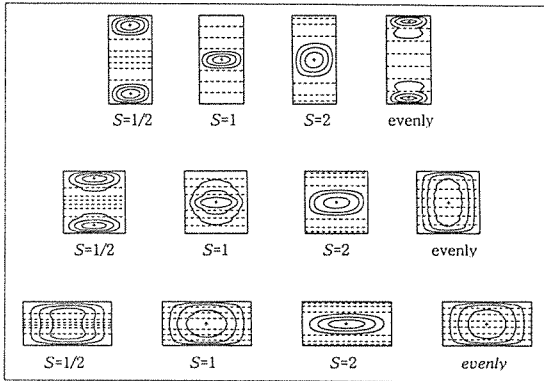


Fig. 9 Effect of stiffener position on vibration mode for stiffened composite plates in Fig. 8

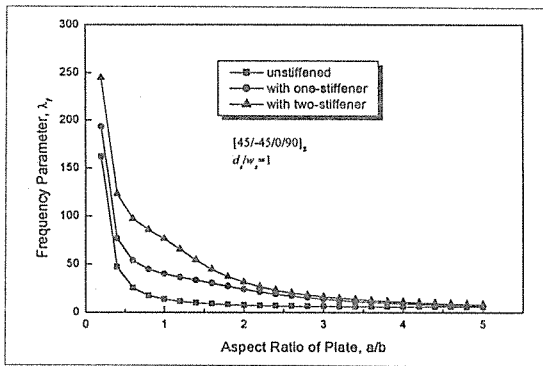


Fig. 10 Effect of plate's aspect ratio on frequency for unstiffened/stiffened composite plates

하다가 어느 이상이 되면 거의 일정한 값으로 접근을 한다. 이와 같은 현상은 형상비가 커질수록 판의 보에 가까워져 그다지 길이변화에 대해 진동수에 영향을 크게 미치지 않기 때문이다. 또한 형상비의 증가에 따른 진동수 매개변수의 급격히 감소하는 정도는 보강재수가 많아질수록 보다 민감하지 않지만 큰 형상비에 가서는 보강재수에 관계없이 거의 같은 진동수를 갖는다.

### 3.3 좌굴해석

$[\theta/\theta/\theta/\theta]$ 로 angle-ply 적층되고 보강되지 않은 정사각판에 대해 적층각의 변화에 따른 각각의 좌굴하중의 변화를 Fig. 11에 좌굴형상을 Fig. 12에 나타내었다. 그림의 y축은 각 판에서 적층각에 따른 최소 좌굴하중 매개변수( $\lambda_{min}$ )에 대한 임의의 다른 적층각에서의 좌굴하중 매개변수( $\lambda$ )의 변화율을 나타낸 것이다. Fig. 11에 나타난 것처럼 보강되지 않은 판의 경우 적층각 45°에서 좌굴하중 매개변수가 가장

크게 나타나며 한 방향압축좌굴인 경우만 제외하고 모두 적층각 45°를 기준으로 대칭을 이루고 있다. 적층각의 영향은 한 방향 압축좌굴인 경우 가장 크게 나타나고 있으며, 음의 전단좌굴인 경우에도 그 영향이 크게 작용하지만, 양의 전단좌굴인 경우에 그 영향이 상대적으로 다른 것에 비해 가장 작게 나타나고 있다.

Fig. 12의 한 방향 압축좌굴모드형상에서 적층각이 증가할수록 좌굴형상을 나타내는 등고선이 적층각 45°까지는 비스듬해지다가 그 이상이 되면 좌우 역대칭형상의  $(m, n)=(2, 1)$ 의 형태로 전환이 되어 좌굴형상에서 절선이 존재하게 되며, 90°에 가서는 등방성재료에서 볼 수 있는 완전한 형태의  $(m, n)=(2, 1)$ 로 전환이 된다. 양방향 압축좌굴인 경우 적층각 0°, 90°의 좌굴형상은 적층각의 영향으로 서로  $(m, n)$ 이 바뀐 형태의  $(2, 1)$ 모드를 갖고, 다른 적층각에서는  $(1, 1)$ 를 갖으면서 적층각의 증가와 함께 등고선이 비스듬해진다. 양과 음의 전단하중에 대한 좌굴형태는 모든 적층각에서 서로 거울상 대칭(mirror image symmetry)을 하고 있으나 적층각 0°, 90°를 제외하고 다른 적층각에서 음의 전단좌굴형상의 등고선 간격이 양의 전단좌굴형상보다 더 넓게 나타나고 있다.

한편 보강제로 보강된  $[\theta/\theta/\theta/\theta]$ 적층판에 대해 적층각의 변화에 따른 좌굴거동을 Fig. 13과 14에 나타냈다. 이 때 하나와 다섯 개의 보강제로 보강되었으며, 보강제의 형상비  $d_x/w_x=1$ 이고, 판의 형상비  $a/b=1$ 이다. Fig. 13에 나타난 것처럼 비보강판의 경우 적층각 45°에서 가장 큰 좌굴하중을 갖고 이 적층각을 기준으로 좌굴하중이 대부분 대칭거동을 하고 있었으나 보강을 함으로써 한 방향 압축인 경우를 제외하고는 모두 이와 같은 특성은 없어졌다. 최대 좌굴하

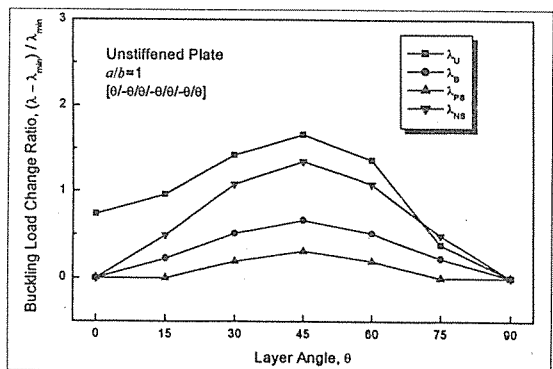


Fig. 11 Effect of layer angle on buckling load for unstiffened composite square plates

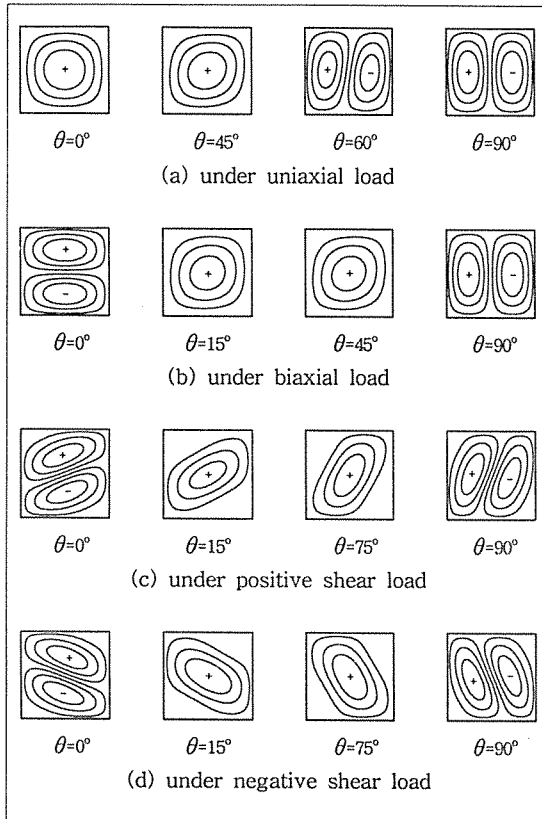


Fig. 12 Buckling mode contours for unstiffened composite plates in Fig. 11

중이 나타나는 적층각이 양방향 압축과 음의 전단인 경우에는 60° 나 75°로, 양의 전단인 경우에는 90°로 변환된 것을 알 수 있다. 이와 같이 angle-ply 적층인 경우 보강재수에 따라 최대 좌굴하중이 나오는 적층각이 변하기 때문에 보강재를 이용한 보강구조물에 대한 설계를 할 때 최적의 적층각을 찾아내어 판에 대한 적층방법을 달리하여야 한다. 그리고 진동거동에서는 보강재수가 많아지면 적층각에 따른 영향이 작게 나타났지만 좌굴거동의 경우 보강수가 많아져도 적층각의 영향이 크게 나타나고 있다. Fig. 13에서 취급했던 보강판 중에 하나의 보강재로 보강된 판에 대한 각 좌굴하중의 적층각에 따른 대표적인 좌굴형상을 Fig. 14에 제시하였다. 압축하중을 받는 경우 적층각의 변화에 따라 y방향으로의 반파수 변화는 없으나 x방향으로의 반파수가 증가하는 것을 볼 수 있다. 한 방향 압축인 경우에는 적층각 30°부터 x방향으로의 반파수변화가 일

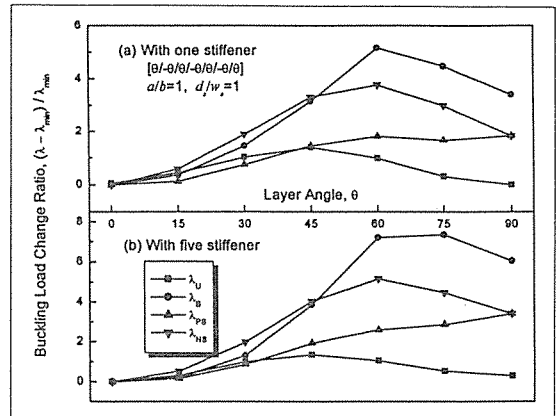


Fig. 13 Effect of layer angle on buckling load for stiffened composite square plates

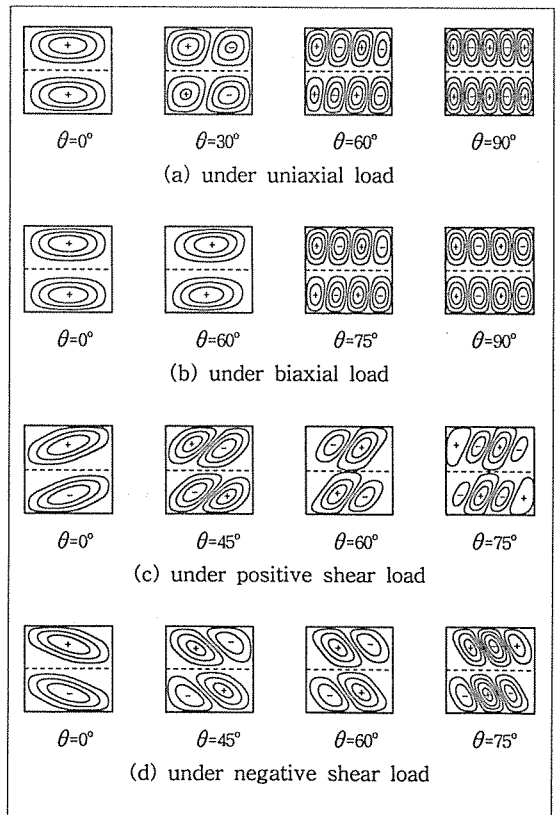


Fig. 14 Buckling mode contours for one stiffener stiffened composite plates in Fig. 13

어났으며, 양방향 압축인 경우에는 75°부터 반파수변화가 발생되었다. 마찬가지로 전단하중을 받는 경우에

도 적층각의 변화에 따라 반파수의 변화가 일어나고 있으며 비보강판에서와 같이 양 및 음의 전단하중에 대한 좌굴형상이 거의 거울상대칭을 하고 있다. 그리고 모든 하중에 대한 좌굴형상에서 보강재에서의 변형은 거의 나타나지 않고 있다.

한편 cross-ply로 적층된 판에 대해 보강재 수에 따른 좌굴거동을 Fig. 15와 16에 제시하였다. 고려된 모든 하중에 대해 보강재수가 많아질수록 좌굴하중은 기하급수적으로 증가를 한다. 특히 한 방향 압축인 경우 다른 하중에 비해 그 영향이 매우 크게 나타났으며 이것은 보강재가 하중방향으로 보강되어 그 방향으로의 저항력이 크게 증가되었기 때문이다. 전단하중에 의한 좌굴의 경우 보강재수의 영향이 가장 작게 나오고 있다. 한편 보강재수에 따른 좌굴형상은 나타낸 Fig. 16에서 볼 수 있듯이 보강을 함으로써 보강재뿐만 아니

라 보강재와 보강재 사이의 판에서도 변형은 거의 나타나지 않고 판의 끝단과 보강재 사이의 판에서만 변형이 생기고 있다. 또한 보강재가 많아질수록  $x$ 방향으로의 반파수가 많이 나타나고 있지만 양방향 압축하중에 대한 좌굴형상에서 보강재가 많아지면 판의 끝단 쪽에 있는 보강재에서도 판과 함께 변형이 되어  $x$ 방향의 반파수가 하나만 나타나고 있다.

좌굴하중에 보강재의 높이 대 길이비  $d_s/w_s$ 가 미치는 영향을 알아보기 위해 하나의 보강재로 보강된  $[\pm 45/0/90]_s$  적층 정사각판을 고려하여 그 결과를 Fig. 17에 제시하였다. 모든 종류의 하중에 대해  $d_s/w_s$ 의 영향이 거의 없는 것으로 나타나고 있다. 이와 같이 내평면좌굴에 대해 어떤 형태론든 보강을 함으로써 좌굴하중을 크게 증가시킬 수 있다.

보강재의 위치변화에 따른 좌굴하중의 변화와 좌굴형상을 Fig. 18과 19에 나타냈다. Fig. 18에서  $y$ 축은 각각의 좌굴매개변수( $\lambda$ )를 균일 보강판의 좌굴매개변수( $\lambda_c$ )로 나눈 값으로 균일 보강판의 경우 가장 큰 좌굴 매개변수를 갖는다. 이와 같은 현상은 Fig. 19의 좌굴형상을 통해 설명하면 양방향 압축인 경우 균일 보강판의 경우 보강재에서도 변형이 일어나지만 다른 비균일 보강판의 경우에는 판에서만 굽힘이 일어나고 있어 균일 보강판이 가장 큰 좌굴하중을 갖는다. 한 방향 압축이나 전단하중을 받는 판에서의 좌굴형상은 균일 보강판이나 비균일 보강판 모두에 대해 보강재에서는 굽힘이 일어나지는 않고 판에서만 굽힘이 형성되나, 굽힘이 형성되는 파수가 균일 보강판의 경우 가장 크기 때문에 균일 보강판이 가장 큰 좌굴하중을 갖는다. 따라서 보강재를 균일하게 보강하면 좌굴에 대해 보다 큰 저항력을 가질 수 있다.

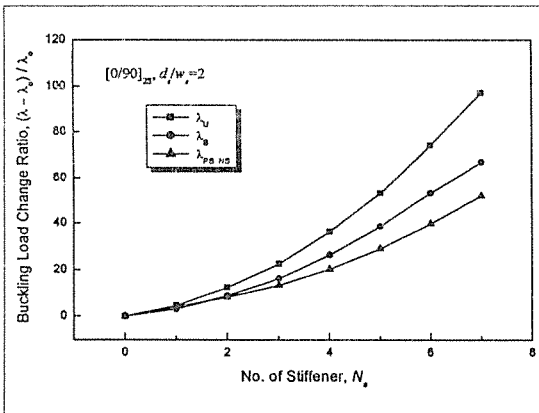


Fig. 15 Effect of stiffener number on buckling loads for stiffened composite square plates

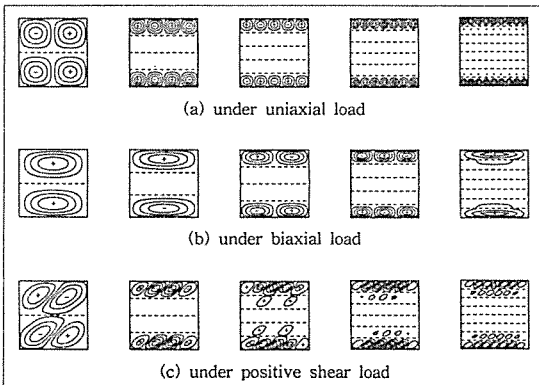


Fig. 16 Buckling mode contours for stiffened composite plates in Fig. 15

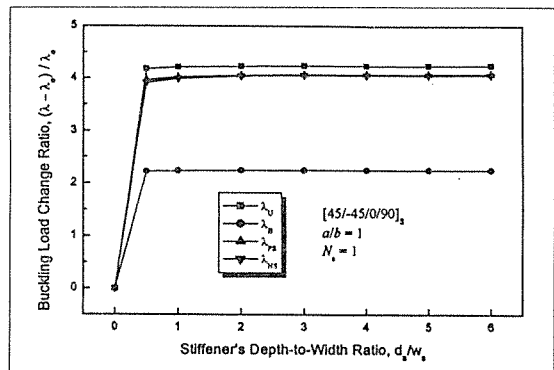


Fig. 17 Effect of stiffener's height-to-width ratio on buckling load for stiffened composite square plates

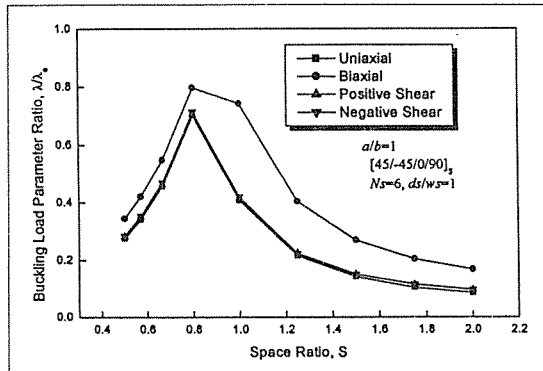


Fig. 18 Effect of stiffener position on buckling load for stiffened composite square plates

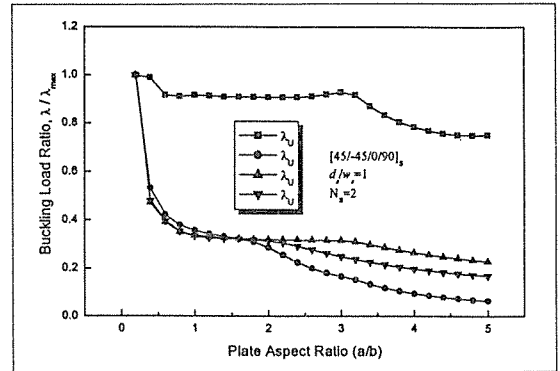


Fig. 20 Effect of plate's aspect ratio on buckling load for stiffened composite plates

Fig. 20은  $d/w_x=1$ 인 두 개의 보강재로 균일 보강된 판의 형상비에 따른 좌굴하중 매개변수의 거동을 나타내고 있다.  $y$ 축은 고려된 형상비중에서의 가장 큰 매개변수로 좌굴하중 매개변수를 나눈 값이다. 그림에서 나타나듯이 형상비가 작을 때 가장 큰 매개변수를 가지며 형상비가 커질수록 급격히 감소하다가 어느 이상이 되면 거의 일정한 값으로 접근하다 다시 감소하는 거동을 반복하고 있다. 특히 한 방향 압축일 경우를 제외하고 다른 하중은 형상비에 매우 민감하게 작용하여 큰 형상비에서 매개변수가 매우 작아지는 것을 예측할 수 있으며 한 방향 압축의 경우에는 형상비에 그다지 민감하게 작용하지 않는다. 이와 같은 이유는 형상비가 커질 때 한 방향 압축에 대한 판의 저항력은

감소하지만 동시에 보강재의 길이도 증가하여 하중이 작용하는 방향으로의 저항력이 증가하기 때문에 그다지 민감하게 작용하지 않는 것이지만 형상비가 매우 커지게 되면 결국에 가서는 매우 작은 매개변수로 수렴하게 될 것이다.

#### 4. 결 론

박스형 보강재가 한 방향으로 보강된 복합재료판에 대해 이산보강이론을 적용하여 보강효과를 수식화하고, 에너지법을 기초로 한 Rayleigh-Ritz법을 이용하여 고유치문제로 접근하여 수치해석을 수행하였으며, 이를 통해 얻은 진동특성 및 내평면 좌굴특성에 대한 결론을 정리하면 다음과 같다.

- (1) 보강재로 보강할 경우 판의 적층각이 미치는 영향은 진동 및 좌굴특성에 크게 나타나지만 보강을 많이 할 경우 진동특성에서는 적층각의 영향이 거의 없다.
- (2) 보강을 많이 하면 진동수는 증가하지만 어느 이상이 되면 보강에 따른 진동수의 증가를 얻을 수 없었고, 좌굴하중은 기하급수적으로 증가하므로 진동수와 좌굴하중을 고려한 효과적인 설계를 하기 위해서는 적절한 보강재의 수를 사전에 결정하여야 한다.
- (3) 보강재의 높이 대 폭의 비가 클수록 진동수와 좌굴하중은 증가하지만 어느 이상이 되면 일정한 값으로 접근하여 보강에 따른 효과를 얻을 수 없어 적절한 비를 결정하여야 한다.

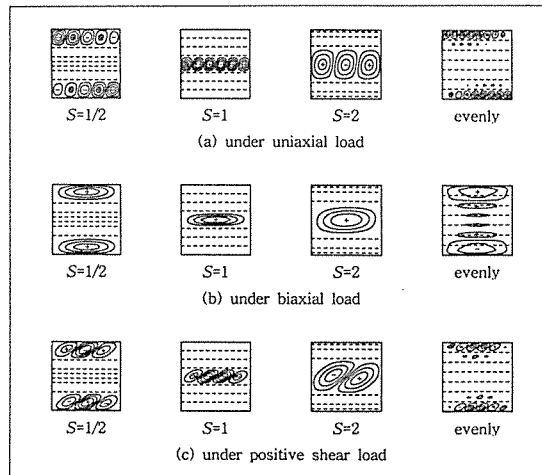


Fig. 19 Buckling mode contours for stiffened composite square plates in Fig. 18

(4) 판에 여러 개의 보강재로 보강하여 진동수나 좌굴하중을 극대화하기 위해서는 전반적으로 균일한 간격으로 보강하여야 한다.

### 참고문헌

1. Reddy, J.N. "Mechanics of Laminated Composite Plates", CRC Press, Boca Raton, 1997.
2. Hoppman, W.H., Huffington Jr. and Magness, L.S., "A Study of Orthogonally Stiffened Plates", J. of Applied Mechanics, Vol.78, 1956, pp.343-350.
3. Naruoka, M. and Yonezawa, Y., "A Study on the Period of Free Lateral Vibration of a Beam Bridge by Theory of Orthotropic Rectangular Plates", Ingeniur Archiv, Vol.26, 1958, pp.20-28.
4. Bares, R. and Massonnet, C., "Analysis of Beam Grids and Orthotropic Plate", Frederick Ungar, New York, 1966.
5. Troisky, M.S., "Stiffened Plates, Bending, Stability, and Vibration", Elsevier, Amsterdam, 1976.
6. Bedair, O.K., "Influence of Stiffener Location on the Stability of Stiffened Plates under Compression and In-Plane Bending", Int. J. of Mechanical Science, Vol.39(1), 1997, pp.33-49.
7. Bedair, O.K., "Fundamental Frequency Determination of Stiffened Plates Using Sequential Quadratic Programming", J. of Sound and Vibration, Vol.199(1), 1997, pp.87-106.
8. Mukhopaghyay, M. and Mukherjee, A., "Finite Element Buckling Analysis of Stiffened Plates", Computers and Structures, Vol.34(6), 1990, pp.795-803.
9. Palani, G.S., Iyer, N.R., Appa Rao, T.V.S.R., "An Efficient Finite Element Model for Static and Vibration Analysis of Plates with Arbitrary Located Eccentric Stiffeners", J. of Sound and Vibration, Vol.166(3), 1993, pp.409-427.
10. Jiang, W., Bao, G., and Roberts, J.C., "Finite Element Modelling of Stiffened and Unstiffened Orthotropic Plates", Computers and Structures, Vol.63(1), 1997, pp.105-117.
11. SASI, "ANSYS User's Manual", Ver.5.3, Swanson Analysis System, Inc., 1996.