

論文

섬유다발 배열 및 적층수에 따른 평직복합재료 등가물성치의
변화에 관한 통계적 연구

우경식* · 서영욱*

**A Statistical Study of Effective Properties due to Fiber
Tow Misalignment and Thickness
Change for Plain Weave Textile Composites**

Kyeongsik Woo* and Youngwook Suh*

ABSTRACT

In this paper, statistical treatments of effective properties for plain weave textile composites were presented. Configurations up to 32 layers with varied stacking phase shifts were considered. Effective properties were calculated by numerical simulation in which uni-axial tensile and shear load were applied at unit cell. Sample analysis was utilized to consider the inherent randomness in the phase shift and the results were treated statistically. It was found that effective properties were dependent on stacking phase shifts for thin plain weave textile composites. The distribution of E_{xx} and ν_{xy} were skewed and the range of possible values was relatively large. As the number of layers increased, however, the distribution width became narrower and mean values converged. In contrast, G_{xy} was not affected by phase shifts and thickness changes.

초 록

본 논문에서는 평직복합재료의 섬유다발의 배열 및 적층수가 등가물성치에 미치는 영향을 연구하였다. 임의로 적층된 2~32장의 평직복합재료 구조물의 단위구조를 모델링 하였고, 단위구조의 외부 경계 면에는 반복 경계조건을 가하였다. 등가물성치는 일축 인장시험 및 전단시험을 수치적으로 모사하여 계산하였고, 섬유다발 위상차의 무작위적 특성은 표본해석을 통해 고려하였다. 계산된 등가물성치의 통계처리 결과, 두께가 얇은 평직복합재료의 E_{xx} 와 ν_{xy} 는 위상차의 영향을 크게 받았고, 넓은 빈도분포를 보였다. 그러나 적층수가 증가함에 따라 분포의 폭은 감소하였고 평균값은 일정한 값으로 수렴하였다. 반면에, 섬유다발의 면내 방향으로의 이동 및 적층수의 변화는 G_{xy} 에 거의 영향을 미치지 않는 것으로 나타났다.

* 충북대학교 구조시스템공학과

1. 서 론

직물복합재료(Woven textile composites)는 섬유 또는 섬유 다발의 꼬임에 의해 강화된 구조용 재료의 한 종류이다. 직물복합재료는 직조방식(e.g., Weaving, Braiding, Knitting)에 따라 다양한 형태로의 제작이 가능하고, 제작기술의 발전으로 비용면에서도 일방향 적층 복합재료(Tape laminate)와 경쟁력을 갖추게 되었다. 이에 따라 일방향 적층 복합재료와 경량의 금속 재료를 대체할 수 있는 직물복합재료에 대한 관심은 항공우주 산업 뿐만 아니라, 자동차, 선박 및 토목·건축 등의 산업분야에서도 크게 부각되고 있다[1,2].

직물복합재료에서 가장 간단한 형태는 평직복합재료(Plain weave textile composites)이다. 평직복합재료는 경사(Warp tow)와 위사(Fill tow)가 일정한 간격으로 서로 교차하여 배열되어 있고 그 사이의 빈 공간에는 수지(Resin)가 채워져 있다.

평직복합재료의 기하학적 형태 및 일반적인 기계적 거동은 기존의 많은 문헌을 통해 어느 정도 알려져 왔다[1,3-7]. 이들 연구들에서는 단순 또는 대칭 적층된 평직복합재료 구조물에 대한 등가물성치 및 응력 등을 예상하고 있다. 그러나 일반적으로 평직복합재료가 적층될 때 각 층의 섬유 다발들은 임의로 배열되므로 인접한 층의 섬유다발 간에 위상차(Phase shift)가 발생한다. 한 예로, 인접한 층의 섬유다발 사이에 섬유다발의 1/2주기 만큼의 위상차가 발생하였을 때 구조물 형태는 대칭 적층이 된다. 이러한 섬유다발의 위상차는 평직복합재료 미세구조의 배열을 변화시켜 구조물의 기계적 거동에 영향을 미친다. 이 외에도 섬유다발과 섬유다발 또는 섬유다발과 수지 사이의 갭(Gap), 섬유다발의 굴곡도(Waviness ratio) 및 단면의 형태등과 같은 매개변수에 의해서도 평직복합재료의 기계적 거동은 변하게 된다.

평직복합재료의 기하학적 매개변수를 고려한 연구로, 참고문헌 [8]에서는 섬유다발의 경사각의 크기를 직접 측정하여 섬유다발의 배열형태를 예상하였다. 그러나 실제 실험을 통해 매개변수의 크기를 측정하는 일은 평직복합재료 내부의 복잡한 미세구조로 인해 많은 어려움이 있다. 이러한 이유로 기존 연구들에서는 매개변수의 실제 측정 값을 사용하기 보다는 몇 가지 가정을 통해 문제를 단순화 시키는 경우가 대부분이다. 한편 평직복합재료의 기계적 거동에 매개변수가 미치는 영향에 관한 연구로, 참고문헌 [9-13]에서는 적층수 변화에

다른 등가물성치 및 응력을 예상한 바 있다. 또한 참고문헌 [10, 13-17]에서는 인접한 층간의 섬유다발 배열의 변화가 기계적 거동에 미치는 영향이 조사되었다.

이상에서 언급된 참고문헌 대부분은 특정한 적층 형태로 가정된 구조물에서의 적층수 변화만을 고려하였거나, 임의의 배열을 갖는 구조물 수 개만을 고려한 정도이다. 그러나 섬유다발 배열변화에 따른 적층 구조물의 형태는 무한하게 정의될 수 있다. 따라서 현재로서는 섬유다발 배열변화의 영향으로 나타나는 기계적 거동의 전반적인 특징을 파악하기에는 그 연구결과가 부족한 실정이다.

본 연구에서는 평직복합재료의 섬유다발의 위상변화와 적층수가 등가물성치에 미치는 영향을 조사하였다. 섬유다발의 가변적인 배열형태를 고려하기 위해 섬유다발 위상차를 무작위로 정의하는 표본해석을 수행하였다. 등가물성치는 단위구조에 대해 일축인장시험 및 전단시험을 수치적으로 모사하여 계산하였으며 마크로 요소를 사용하여 계산에 요구되는 전산자원을 감소시켰다. 계산 결과는 미세구조의 변화가 기계적 거동에 미치는 영향의 관점에서 섬유다발의 배열 및 적층수 변화에 따른 등가물성치의 분포변화에 초점을 맞추어 조사되었다.

2. 해 석

2.1 단위구조 모델링

평직복합재료는 경사와 위사 및 수지로 구성된다. 본 연구에서는 이들의 기하학적 형상을 다음과 같이 가정하였다.

경사와 위사의 단면은 블록렌즈(Lenticular) 형태이고 이들의 중심선 경로는 사인곡선을 따라 이동한다고 가정하였다. 한 예로 x-방향으로 이동하는 경사에 대한 중심선은 다음과 같다.

$$z_c = \pm \frac{h}{4} \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x + \Delta x)\right] \quad (1)$$

여기서 h 는 한 층의 두께, λ 는 섬유다발의 한 주기, Δx 는 섬유다발의 x-방향으로의 이동량을 나타낸다. y-방향으로 이동하는 위사에 대해서도 동일한 개념으로 중심선이 정의된다. 또한 경사와 위사는 서로 완전히 접촉하여 있고, 순수 수지만으로 이루어진 영역은 존재

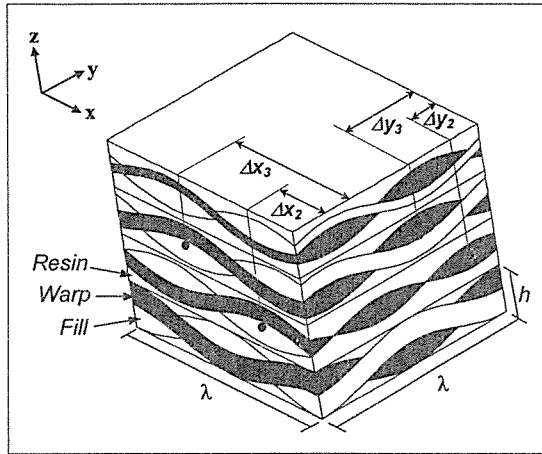


Fig. 1 Four-layer plain weave unit cell stacked with arbitrary phase shifts.

하지 않는다고 가정하였다. 섬유다발의 굴곡도, h/λ , 는 $1/3$ 로 가정하였다. 한편 본 연구에서는 섬유다발의 면내 방향의 이동만을 고려하였다. 그림 1은 위의 가정에 따라 모델링 된 4장의 평직복합재료의 단위구조를 보이고 있다. 이 그림에서 i 번째 층의 섬유다발은 x - 및 y - 방향으로 각각 $\Delta x_i, \Delta y_i$ 만큼 이동하였다.

2.2 반복경계 조건

평직복합재료 구조물 전체는 기본 단위구조를 계속 반복하여 얻어지게 된다. 따라서 단위구조는 반복벡터를 이용하여 정의할 수 있다. 그림 2는 평직복합재료 $1/2$ 단위구조에 대한 반복벡터를 나타낸 것으로, 이 때 반복벡터는 다음과 같다.

$$\vec{r}_1 = \lambda \hat{i}, \vec{r}_2 = \frac{\lambda}{2}(\hat{i} + \hat{j}), \vec{r}_3 = \frac{\lambda}{2}(\hat{i} - \hat{j}) \quad (2)$$

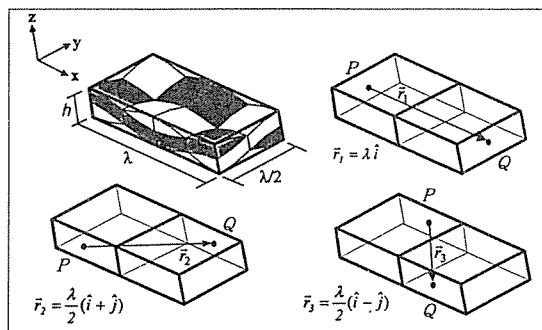


Fig. 2 Periodic vectors and periodic boundaries for plain weave half unit cell.

이 그림에서 보인 바와 같이, 만약 한 점 P 가 z -축에 직각인 바깥 경계면에 위치한다면, 반복되는 경계면에는 이에 대응하는 점 Q 가 반드시 존재해야 하고 이는 다음과 같이 정의된다.

$$\vec{x}_P + \vec{r}_\alpha = \vec{x}_Q \quad (\alpha = 1, 2, \text{ or } 3) \quad (3)$$

본 연구에서는 등가탄성계수를 계산하기위해 단위구조의 x -축 방향으로 일축 인장하중 (ϵ_0)을 가하는 일축 인장시험을 수치적으로 모사하였다. 이 때 단위구조에 가해지는 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(\vec{x}_P) + \epsilon_0 r_{\alpha 1} &= u(\vec{x}_Q) \\ v(\vec{x}_P) - \bar{v}_{xy} \epsilon_0 r_{\alpha 2} &= v(\vec{x}_Q) \\ w(\vec{x}_P) &= w(\vec{x}_Q) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $r_{\alpha 1}$ 와 $r_{\alpha 2}$ 는 각각 r_α 의 x - 및 y -방향의 성분이다. 다른 하중조건에 대한 경계조건 역시 유사한 식으로 유도된다.

2.3 매크로요소

본 연구에서는 다중변위장 매크로요소[18]를 사용하여 평직복합재료 구조물의 등가물성치를 계산하였다. 다중변위장 매크로요소의 강성행렬은 부메쉬의 강성행렬 식에서 내부 자유도를 정적 압축하여 제거한 후 경계면 자유도에 대한 강성행렬식을 변환하여 구하게 된다. 매크로요소 내부의 미세구조는 부메쉬를 통하여 정의된다.

그림 3은 3장이 적층 된 평직복합재료 단위구조에

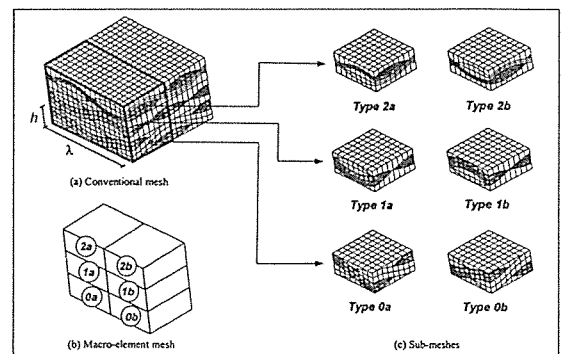


Fig. 3 Conventional, macro-element and sub-meshes for 3-layer plain weave configuration.

대한 전통적인 유한요소와 매크로요소, 부메쉬를 보이고 있다. 본 연구에서는 하나의 매크로요소가 각각의 층에 대해 섬유다발의 1/2주기에 해당하는 영역을 담당하도록 모델링 하였다. 매크로요소에 대한 미세구조는 매크로요소 각각에 해당하는 부메쉬가 담당하게 된다. 그림 3(c)는 각각의 부메쉬를 보인 것으로 섬유다발의 1/2 지역을 8등분하도록 모델링 하였다. 따라서 단위구조를 이루는 하나의 층은 2개의 매크로요소로 정의되고, 섬유다발이 한 주기를 이동하는 동안 128개의 부메쉬들의 조합에 의해 각각의 다른 단위구조가 얻어지게 된다. 실제 계산에서는 128개의 부메쉬에 대한 매크로요소의 강성행렬을 미리 계산하여 디스크에 저장해 두었다가, 위상차의 정의에 따라 해당 매크로요소의 강성행렬을 읽어 들어서 전체 강성행렬을 조립하고 계산한다.

2.4 해석 전략

본 연구에서는 부메쉬를 그림3(c)에 보인 바와 같이 1/2 주기를 x- 및 y-방향으로 각각 8등분하여 모델링 하였으므로, 각 층의 섬유다발을 x- 및 y-방향으로 2/16 만큼의 위상변화가 가능하다. 한편, 본 연구에 사용된 1/2 단위구조는 x-방향과 y-방향으로 각각 섬유다발의 한 주기와 1/2 주기에 해당하는 영역으로 정의되었다. 따라서 적층수 N인 구조물에서 섬유다발의 배열변화 모듈을 해석에 반영하기 위해서는 $16^{(N-1)} \times 8^{(N-1)}$ 만큼의 해석이 요구된다. 이때 첫번째 층은 기준층으로 x- 및 y-방향으로의 이동이 발생하지 않는다. 표 1에서는 적층수에 따라 해석해야 할 경우의 수를 보이고 있다. 이 표에서 보인 바와 같이 적층수가 적은 경우라 하더라도 매우 많은 해석이 요구되는데, 이들 모두를 계산하기 위해서는 엄청난 전산자원과 계산시간이 소요된다. 본 연구에서는 이러한 문제를 해결하고, 섬유다발의 위상변화를 랜덤하게 반영하기 위해 표본해석을

Table 1. Number of analysis cases versus number of layers for plain weave textile composites.

No. of layers	No. of analysis cases
2	128
3	16,384
4	2,097,152
5	268,435,456
:	:
32	2.106×10^{65}

수행하였다. 표본해석의 절차는 다음과 같다.

1. 표본해석의 반복횟수 N_1 를 정한다.
2. 0과 1 사이의 난수 R'_x, R'_y 를 발생시킨다. ($i=2, N$)
3. 난수를 이용하여 위상차를 정의한다.
 $\Delta x = \lambda/16 \times Integer(16 \times R'_x)$
 $\Delta y = \lambda/16 \times Integer(8 \times R'_y)$
4. 위상차 ($\Delta x_i, \Delta y_i$)의 조합에 따라 단위구조를 모델링 한다. ($i=2, N$)
5. 단위구조 해석을 통해 등가물성치를 계산한다.
6. (2)~(5)의 과정을 N_1 만큼 반복한다.
7. 계산 결과를 통계처리 한다.

본 연구에서는 섬유다발의 이동량 $\Delta x, \Delta y$ 값이 균일 분포를 따른다고 가정하였다. 만약 섬유다발의 이동량이 다른 분포를 따른다고 가정되었거나, 또는 실제 측정값이 이용되는 경우에는 위의 (3)의 과정은 적절하게 수정되어야 한다.

표 1에서 적층수가 2인 경우, 섬유다발의 이동에 따라 정의되는 단위구조의 적층 형태는 모두 128개이다. 만약, 위의 과정에서 N_1 가 128보다 큰 경우에는 보간법을 사용하여 N_1 개의 등가물성치를 얻는다.

2.5 재료의 속성

본 연구에 사용된 평직복합재료 단위구조는 경사와 위사의 섬유다발과 수지로 구성되어 있다. 섬유다발은 다시 섬유와 수지로 구성되어 있지만 여기서는 균일하다고 가정하였다. 각 구성재료의 특성치는 다음과 같다 [13].

섬유다발(Graphite-Epoxy)

$$E_{11} = 206.9 \text{ GPa} \quad E_{22} = E_{33} = 5.171 \text{ GPa},$$

$$G_{12} = G_{13} = 2.386 \text{ GPa} \quad G_{23} = 2.068 \text{ GPa}$$

$$\nu_{12} = \nu_{13} = 0.25 \quad \nu_{23} = 0.25$$

수지(Epoxy)

$$E = 3.45 \text{ GPa} \quad \nu = 0.35$$

3. 계산결과 및 고찰

본 절에서는 평직복합재료의 섬유다발의 적층 위상

Table 2. Maximum allowable error of the number of samples. (99% confidence interval)

No. of samples(N_s)	Maximum allowable error(%)
256	± 8.05
1024	± 4.02
2048	± 2.84
4096	± 2.01

차 및 적층수에 따른 등가물성치의 변화를 고찰하였다. 등가물성치는 임의의 배열로 적층된 2~32장의 구조물에 대한 단위구조 해석을 통해 계산하였다. 섬유다발의 위상변화를 랜덤하게 반영하기 위해 표본해석을 수행하였고, 계산된 등가물성치를 통계처리하였다. 이때 정확한 통계결과를 얻기 위해 적층수에 관계없이 표본의 수를 일정하게 유지하였다. 본 절에서는 먼저, 표본해석의 반복횟수, N_1 의 결정방법을 설명한 후 등가물성치의 통계처리 결과를 설명하였다.

본 연구에서는 표본해석을 통해 계산된 등가물성치의 통계처리 결과로부터 섬유다발의 위상변화가 등가물성치에 미치는 영향을 조사하였다. 따라서 적당한 수의 등가물성치를 표본으로 선택해야 정확한 통계결과를 얻을 수 있다. 본 연구에서는 2장의 평직복합재료 단위구조의 등가탄성계수에 대한 통계 값의 비교를 통해 표본해석의 반복횟수를 결정하였다.

표 2는 통계처리에서의 표본크기에 따른 최대 허용오차를 보인 것이다. 이때 허용오차는 표본이 정규분포를 따른다는 가정 하에 계산된 값으로 다음과 같이 계산된다[19].

$$\text{Allowable error} = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

$$z_{\alpha/2} = 2.575 (\text{In } 99\% \text{ Confidence interval})$$

$$\sigma = 0.5 (\text{For Normal distribution})$$

이 표로부터 표본크기가 256인 경우에는 약 $\pm 8\%$ 의 최대허용오차를, 2,048일 때는 약 $\pm 3\%$, 그리고 4,096일 때는 약 $\pm 2\%$ 의 최대허용오차를 보인다는 것을 알 수 있었다.

또한 이 외에, 본 연구에서는 표 2에 보인 표본크기, N_s , 만큼의 E_{xx} 에 대한 통계치의 오차를 비교하였다. 여기서 표본인 E_{xx} 는 표본해석을 통해 계산되는 값이므로 랜덤한 특성을 갖는다. 따라서 동일한 과정을 15

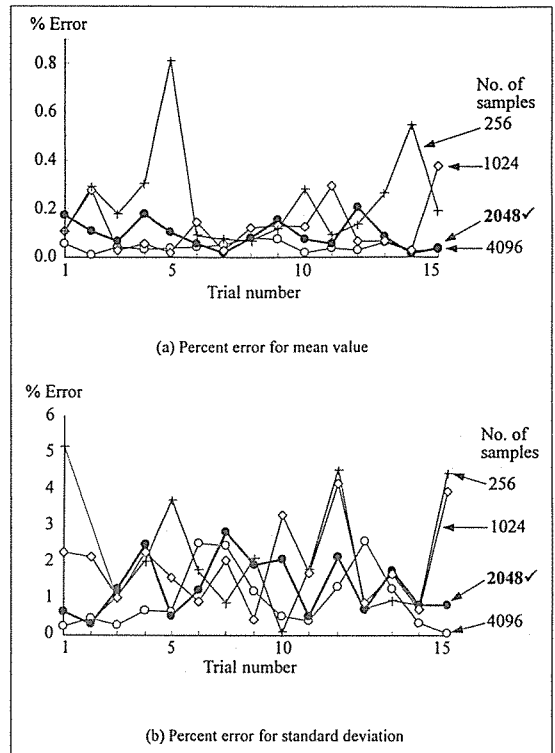


Fig. 4 Percent error of statistical values of elastic modulus for 2-layer plain weave textile composites.

번 수행하였고, 그 결과를 그림 4에 보였다.

그림 4(a)는 평균값에 대한 퍼센트 오차의 변화를 보이고 있다. 이때 퍼센트 오차는 다음과 같이 계산되었다.

$$\% \text{Error} = \left| \frac{\bar{E}_{xx}^{\text{Ref}} - \bar{E}_{xx}^{\text{SA}}}{\bar{E}_{xx}^{\text{Ref}}} \right| \times 100(\%) \quad (6)$$

여기서 $\bar{E}_{xx}^{\text{Ref}}$ 는 $\Delta x, \Delta y$ 를 $\lambda/16$ 씩 일정하게 이동시켰을 때 정의되는 128개의 $(\Delta x, \Delta y)$ 쌍에 대한 E_{xx} 의 평균값을 의미하고, \bar{E}_{xx}^{SA} 는 표본해석으로부터 계산된 E_{xx} 의 평균값을 의미한다. 그림 4(a)에 보인 바와 같이 기준값에 대한 E_{xx} 의 평균값의 오차는 고려된 모든 N_s 에 대해 1.0%미만을 보여, 평균의 경우에는 N_s 변화에 큰 영향을 받지 않는다는 것을 알 수 있었다.

그림 4(b)는 표준편차의 퍼센트오차의 변화를 보인 것으로, 이때 퍼센트 오차 역시 식(6)과 동일하게 계산된다. 평균과는 달리 표준편차의 경우에는 표본크기에

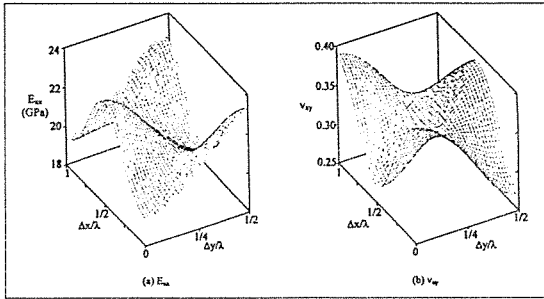


Fig. 5 Variation of effective properties for two-layer plain weave textile composites.

매우 민감하게 반응하였다. 15번을 반복하는 동안 $N_s=256$ 인 경우에 최대값은 약 5.2%로 나타났고, $N_s \geq 2048$ 인 경우에는 기준값에 대해 3%미만의 오차를 보였다.

통계처리에서 표본의 크기를 선택하는 문제는 매우 중요한 일이다. 그러나 표본의 크기를 선택하는 데는 일정한 방법이 있는 것은 아니고, 사용자가 통계 결과의 오차를 어느 정도까지 허용할 지를 정한 후, 적당한 크기를 선택하여야 한다. 본 연구에서도 임의로 4개의 표본크기를 선정하여 위와 같은 몇 가지 조사를 수행하였고, 그 결과 4개의 표본크기 중에서 2,048이 본 연구에 적합하다고 판단하였다. 그러나 이 수는 결과의 정확도를 높인다거나 또는 계산에 소요되는 전산자원의 감소가 요구되는 경우에는 수정 가능하다. 한편, 본 연구에서 표본인 등가물성치는 표본해석을 통해 계산되므로, 이 때 표본의 수 N_s 는 표본해석에서의 반복횟수 N_f 와 동일하다. 따라서 본 연구에서는 적층수에 관계없이 2,048번의 표본해석을 수행하였고, 그로부터 계산된 등가물성치의 통계 결과를 비교, 조사하였다.

그림 5는 2장이 적층된 평직복합재료 구조물에서 섬유다발의 위상변화에 따른 등가물성치의 변화를 보이고 있다. 평직복합재료의 등가물성치는 섬유다발의 위상차에 따라 큰 변화를 보였다. 그림 5(a)에 보인 바와 같이 E_{xx} 는 섬유다발의 이동에 따라 사인곡선 형태의 변화를 보였다. 이 그림에서 E_{xx} 는 섬유다발의 이동 없이 단순 적층(e.g., $(\Delta x, \Delta y)=(0,0)$, $(\lambda/2, \lambda/2)$, $(\lambda,0)$) 되었을 때 최소값을 보인 반면, 대칭 적층(e.g., $(\Delta x, \Delta y)=(0, \lambda/2)$, $(\lambda/2, 0)$, $(\lambda, \lambda/2)$) 에서는 최대값을 나타내었다. 한편 그림 5(b)에 보인 ν_{xy} 는 그림 5(a)의 분포를 x-y평면에 대칭 시킨 것과 동일한 형태를 보여, 단순 적층에서는 최대값을, 대칭 적층에서는 최소값을 나타내었다.

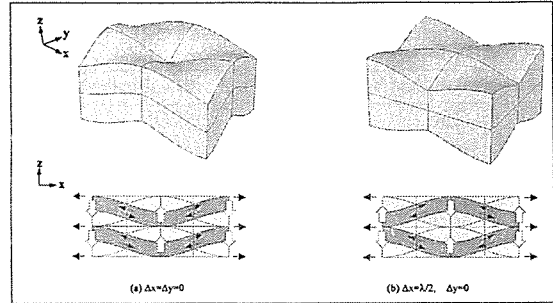


Fig. 6 Deformed meshes of two-layer plain weave textile unit cell models under a uni-axial load.

이상의 결과는 인장하중이 가해진 단위구조에서 미세구조의 배열변화에 의한 층간 상호 간섭으로부터 이해할 수 있다. 그림 6은 2장의 평직복합재료 단위구조에 x-방향으로 인장하중을 가했을 때 변형된 마크로요소를 보인 것이다. 그림에 보인 바와 같이 x-축 방향으로 인장하중을 가하게 되면, 굴곡된 섬유다발은 화

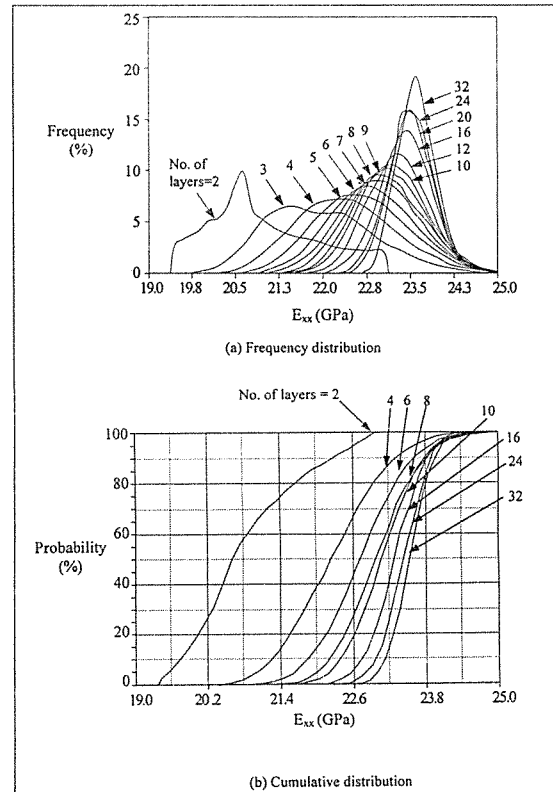


Fig. 7 Statistical distribution of effective elastic modulus for plain weave textile composites.

살포로 표시한 것과 같이 인장-전단 커플링 변형 (Extension-shearing coupling deformation)을 하게 된다. 그림 6(a)와 같이 섬유다발의 이동 없이 단순 적층 된 경우에는 이러한 인장-전단 커플링 변형이 동일한 방향으로 작용하므로 전체 구조물의 변형은 증가하고, 그 결과로 E_{xx} 는 감소하게 된다. 그러나 섬유다발이 대칭 적층 되었을 때는 그림 6(b)에 보인 바와 같이, 인장-전단 커플링 변형은 반대 방향으로 발생하게 되어 층간 섬유다발의 간섭이 커진다. 이러한 섬유다발 상호간의 간섭은 전체구조물의 변형을 감소시키며, 결과적으로 E_{xx} 는 증가하게 된다.

그림 7은 적층수에 따른 E_{xx} 의 빈도분포 및 누적확률 분포도를 보이고 있다. 그림 7(a)에서 적층수가 2일 때 E_{xx} 는 낮은 값 쪽으로 치우친 분포를 보였다. 또한 적층수가 적을 때 빈도분포의 폭이 매우 넓게 나타났

다. 그러나 적층수가 증가함에 따라 분포의 폭이 감소하여 E_{xx} 의 발생범위가 점차 작아진다는 것을 알 수 있었다. 그림 7(b)는 누적확률 분포도를 나타낸 것으로 적층수가 증가할수록 일정한 분포로 수렴하는 것을 볼 수 있다.

그림 8은 적층수에 따른 등가 포아손 비의 빈도분포 및 누적확률 분포도를 보이고 있다. 그림 8(a)에서 ν_{xy} 는 적층수가 적을 때 상대적으로 높은 값 쪽으로 치우친 분포를 보였고, E_{xx} 와 마찬가지로 적층수가 증가하면서 빈도분포의 폭이 크게 감소하였다. 그림 8(b)에 보인 누적확률 분포도 역시 E_{xx} 와 마찬가지로 적층수가 증가할수록 일정한 분포로 수렴하는 것으로 나타났다.

이상의 결과에서 적층수가 적은 경우 대부분의 E_{xx} 가 낮은 값을 보인 것은 여러 가지 기하학적 요인에 의한 것으로 생각된다. 그러나 여기서 고려된 적층수 변화의 영향만을 생각한다면 이는 자유경계면 효과 [11,12]의 영향으로 설명 될 수 있다. 즉, 평직복합재료의 단위구조에 인장하중이 가해지면 자유경계면에 해당하는 상단과 하단에서는 두께 방향으로 내부의 층에 비해 상대적으로 더 큰 변형이 발생하게 되는데, 이는 전체 구조물에 영향을 미쳐 전체 구조물의 변형을 증가시키고 결과적으로 E_{xx} 는 감소하게 된다. 따라서 적층수가 적을 때 대부분의 E_{xx} 가 낮은 값에서 발생하는 것이다. 그러나 적층수가 증가하면서, 자유경계면에서의 변형은 인접한 층에만 국부적인 영향을 미치게 된다. 그 결과로 전체 구조물의 변형은 감소하고 E_{xx} 는 증가하는 것이다. 한편 ν_{xy} 의 변화가 E_{xx} 와 반대의 현상을 보이는 것은 ν_{xy} 와 E_{xx} 의 반비례 관계를 볼 때 당연한 결과이다.

그림 9는 적층수에 따른 E_{xx} 와 ν_{xy} 의 최대, 최소, 평균값의 변화를 보이고 있다. 여기서 실선은 표본해석의 결과를 나타내고, 점선은 단순 및 대칭 적층 된 단위구조의 해석결과를 나타낸다. 앞에서 설명한 바와 같이 E_{xx} 의 최대, 최소값은 각각 대칭 및 단순 적층 된 구조물에서 발생한다. 그러나 실제 구조물이 적층 될 때는 완전하게 대칭 또는 단순 적층 될 확률이 매우 작다. 마찬가지로, 임의로 추출 된 난수를 이용하여 정의된 단위구조가 이와 같은 이상적인 적층 형태를 갖을 확률은 구조물의 두께가 커질수록 매우 작아지게 된다. 한 예로 적층수가 16인 경우 표본해석에서 대칭 적층이 정의 될 확률은 $2048/16^{15} \times 8^{15} = 5.05 \times 10^{-29}$ 이다. 따라서 그림에서 보는 바와 같이 이상적인 최대, 최소값과 표본해석으로부터 계산 된 최대, 최소값 간에 점

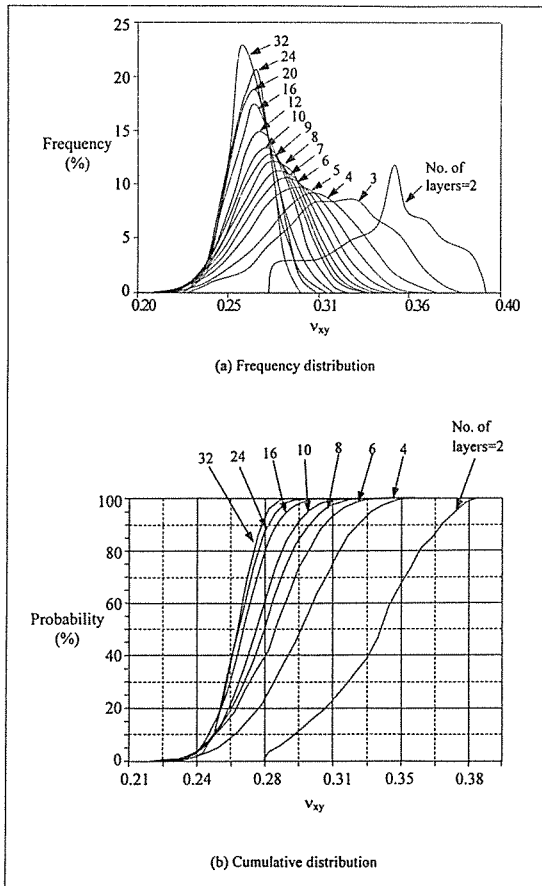


Fig. 8 Statistical distribution of effective Poisson's ratio for plain weave textile composites.

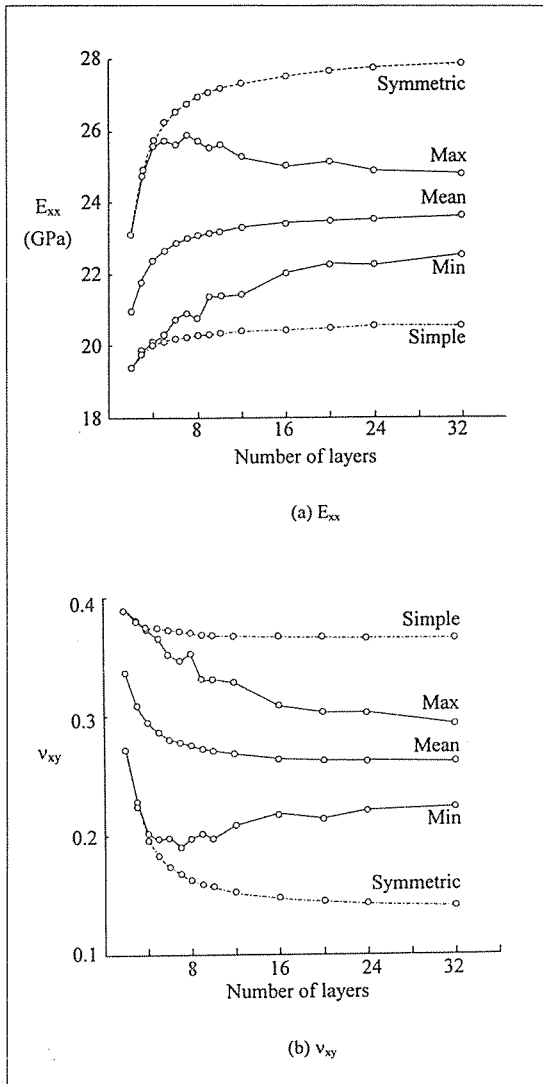


Fig. 9 Variation of minimum, maximum and mean values of effective properties for plain weave textile composites.

차 큰 차이를 나타내는 것이다.

그림 9(a)에서 E_{xx} 는 적층수가 적은 경우 평균값의 변화율이 크게 나타났다. 그러나 적층수가 증가하면서 변화율은 점차 감소하였고 일정한 값으로 수렴하였다. 대칭 및 단순 적층에서 발생 한 최대, 최소 값 역시 평균과 유사한 경향을 보였다. 한편, 표본해석으로부터 계산 된 최대, 최소 값은 적층수가 증가하면서 두 값 사이의 차이가 감소하는 경향을 나타내었다. 그림 9(b)에

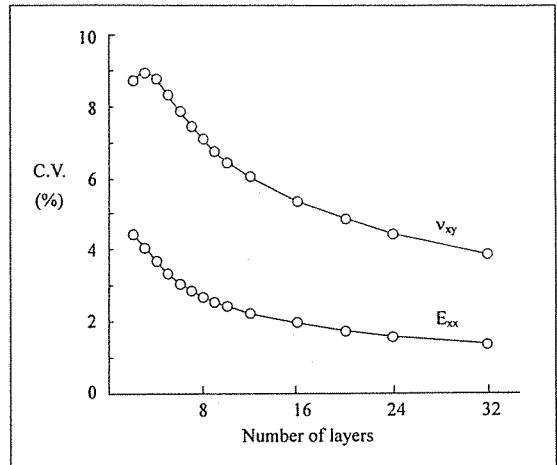


Fig. 10 Coefficient of variation (C.V.) of effective properties versus the number of layers for plain weave textile composites.

보인 ν_{xy} 역시 E_{xx} 와 동일한 변화를 보였다. 다만 E_{xx} 의 평균은 점차 증가하였지만, ν_{xy} 의 경우에는 평균값이 점차 감소하였다.

그림 10은 적층수에 따른 E_{xx} 와 ν_{xy} 의 변동계수 (CV)를 나타내고 있다. 이 때 변동계수는 다음과 같이 정의된다[20].

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \times 100(\%) \quad (7)$$

여기서 σ 와 μ 는 각각 표준편차와 평균을 의미한다. 이 그림에서 적층수가 2일 때, 두 값의 변동계수는 각각 약 8.7%와 4.5%를 보였는데 이는 대부분의 값이 평균값과 매우 큰 차이를 갖고 발생한다는 것을 의미한다. 그러나 적층수가 증가하면서 변동계수는 크게 감소하여 평균값에 대한 밀집도가 높아진다는 것을 암시하였다. 한편, 이 그림에서 ν_{xy} 의 CV가 E_{xx} 의 CV에 비해 큰 값을 보였는데 이는 ν_{xy} 가 섬유다발의 위상변화에 더욱 민감하게 반응한다는 것을 의미한다.

그림 11은 적층수 변화에 따른 등가 전단계수, G_{xy} , 의 최대, 최소, 평균 및 변동계수의 변화를 보이고 있다. 적층수 변화에 따른 G_{xy} 는 최대, 최소, 평균값의 변화가 매우 미소하였고, 변동계수는 모든 적층수에 대해 0.1% 미만으로 나타났다. 본 연구에서는 면내방향으로의 섬유다발의 이동만을 고려하였으므로, 이 경우에는 섬유다발의 층간 배열로 인한 섬유다발의 상호작용은

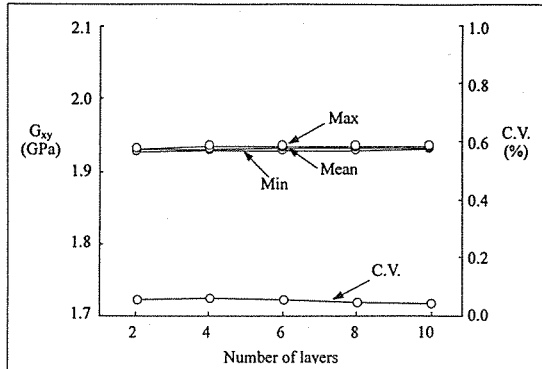


Fig. 11 Variation of minimum, maximum, mean and coefficient of variation(C.V.) values of shear modulus for plain weave textile composites.

전단계수에는 큰 영향을 미치지 않게 된다. 따라서 G_{xy} 는 섬유다발의 위상차 및 구조물 두께의 영향을 거의 받지않고 높은 균일도를 갖게 된다.

4. 결 론

본 연구에서는 평직복합재료의 층간 섬유다발의 위상차 및 구조물의 두께가 등가물성치에 미치는 영향을 조사하였다. 등가물성치는 일축인장 및 전단시험을 수치적으로 모사하여 계산하였다. 섬유다발의 위상변화가 갖는 무작위적 특성은 표본해석을 통해 반영하였고, 이로부터 계산 된 등가물성치는 통계처리 하였다.

계산 결과, 적층수가 적은 경우 E_{xx} 와 ν_{xy} 는 섬유다발의 면내 방향으로의 위상변화에 많은 영향을 받고있음을 알 수 있었다. 적층수가 적은 경우, E_{xx} 와 ν_{xy} 의 변동은 매우 넓은 범위에 걸쳐 분포하였다. 그러나 적층수가 증가하면서 이들 값의 분포 범위는 크게 감소하였다. 또한 적층수가 적을 때는 E_{xx} 와 ν_{xy} 의 평균값의 변화율이 컸지만, 적층수가 증가함에 따라 변화율은 감소하였고 일정한 값으로 수렴하였다. 이러한 결과는 적층수가 적은 경우 섬유다발의 위상차의 영향으로 E_{xx} 와 ν_{xy} 가 낮은 균일도를 보이지만, 적층수가 증가할수록 위상차의 영향은 감소하고 높은 균일도의 E_{xx} 와 ν_{xy} 가 얻어진다는 것을 의미한다. 한편, G_{xy} 는 본 연구에서 고려 된 모든 적층수에 대해 0.1%미만의 변동계수를 보여, 면내 섬유다발의 이동과 구조물 두께의 영향을 거의 받지 않는다는 것을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소의 기초연구비 지원으로 (과제번호:ADD-00-5-4) 수행되었으며 이에 감사 드립니다.

참고문헌

1. Zhang, Y. C. and Harding, J., "A Numerical Micromechanics Analysis of The Mechanical Properties of a Plain Weave Composite", *Computers & Structures*, Vol.36(5), 1990, pp.839-844.
2. Middleton, D. H., Ed., *Composite Materials in Aircraft Structures*, Longman Scientific & Technical, 1990.
3. Ishikawa, T. and Chou, T. W., "Stiffness and Strength behavior of Woven Fabric Composites", *Journal of Materials Science*, Vol.17, 1982, pp.3211-3220.
4. Ishikawa, T. and Chou, T. W., "One-Dimensional Micromechanical Analysis of Woven Fabric Composites", *AIAA Journal*, Vol.21(12), 1983, pp.1714-1721.
5. Whitcomb, J. D., "Three-Dimensional Stress Analysis of Plain Weave Composites", *ASTM STP 1110*, 1991, pp.417-438.
6. Foye, R. L., "Finite Element Analysis of the Stiffness of Fabric Reinforced Composites", *NASA Contractor Report 189572*, 1992.
7. Dasgupta, A., Agarwal, R. K. and Bhandarkar, S. M., "Three-Dimensional Modeling of Woven-Fabric Composites for Effective Thermo-Mechanical and Thermal Properties", *Composite Science and Technology*, Vol.56, 1996, pp.209-223.
8. Yurgartis, S. W., Morey, K. and Jortner, J., "Measurement of Yarn Shape and Nesting in Plain-Weave Composites", *Composites Science and Technology*, Vol.46, 1993, pp.39-50.
9. Ishikawa, T., Matsushima, M. Hayashi, Y. and Chou, T. W., "Experimental Confirmation of the Theory of Elastic Moduli of Fabric

Composites", *Journal of Composite Materials*, Vol.19, 1985, pp.443-458.

10. Naik, N. K. and Shembekar, P. S., "Elastic Behavior of Woven Fabric Composites: III-Laminate Design", *Journal of Composite Materials*, Vol.26, 1992, pp.2522-2541.

11. Whitcomb, J. D., Kondagunta, G. and Woo, K., "Boundary Effects in Woven Composites", *Journal of Composite Materials*, Vol.29(4), 1995, pp.507-524.

12. 우경식, "적층수에 따른 평직복합재료의 강성 및 강도의 변화에 관한 수치적 연구", 한국복합재료학회지, 제 10권, 제 2호, 1997, pp.1-12.

13. 우경식, 서영욱, "기하학적 매개변수에 의한 평직 복합재료의 저 균일도 문제", 한국복합재료 학회지, 제 13권, 제 2호, 2000, pp.8-21.

14. Naik, N. K. and Ganesh, V. K., "Failure Behavior of Plain Weave Fabric Laminates under On-Axis Uniaxial Tensile Loading:II-Analytical Predictions", *Journal of Composite Materials*, Vol.30(16), 1996, pp.1779-1822.

15. Ganesh, V. K. and Naik, N. K., "Failure Behavior of Plain Weave Fabric Laminates under

On-Axis Uniaxial Tensile Loading:III-Effect of Fabric Geometry", *Journal of Composite Materials*, Vol.30(16), 1996, pp.1823-1854.

16. Ito, M. and Chou, T. W., "An Analytical and Experimental Study of Strength and Failure Behavior of Plain Weave Composites", *Journal of Composite Materials*, Vol.32(1), 1998, pp.2-30.

17. Woo, K. and Whitcomb, J. D., "Effects of Fiber Tow Misalignment on the Engineering Properties of Plain Weave Textile Composites", *Composite Structures*, Vol.37(3/4), 1997, pp.343-355.

18. Woo, K. and Whitcomb, J. D., "Macro Finite Element Using Subdomain Integration", *Numerical Method in Engineering*, Vol.9, 1993, pp.937-949.

19. Scheaffer, R. L. and McClave, J. T., *Probability and Statistics for Engineers*, 4th ed., Duxbury press, 1995.

20. Dudewicz, E. J. and Mishra, S. N., *Modern Mathematical Statistics*, John Wiley & Sons.