

## 論文

## 반응표면분석법을 이용한 FRP Leaf Spring의 최적설계

임동진\*, 이윤기\*\*+, 김민호\*\*\*, 윤희석\*\*\*\*

## Optimal Design of FRP Taper Spring Using Response Surface Analysis

Dong-Jin Lim\*, Yoon-Ki Lee\*\*+, Min-Ho Kim\*\*\*, Hi-Seak Yoon\*\*\*\*

## ABSTRACT

The present paper is concerned with the optimum design of taper spring, in which the static spring rate of the fiber-reinforcement composite material spring is fitted to that of the steel leaf spring. The thickness and width of springs were selected as design variables. The object functions of the regression model were obtained through the analysis with a common analytic program. After regression coefficients were calculated to get functions of the regression model, optimal solutions were calculated with DOT. E-glass/epoxy and carbon/epoxy were used as fiber reinforcement materials in the design, which were compared and analyzed with the steel leaf spring. The result of the static spring rates show that optimized composite leaf springs agree with steel leaf spring within 1%.

## 초 록

본 논문은 겹판 스프링의 정적 스프링 상수를 가지고 복합재료 테이퍼 스프링을 최적설계 하였다. 두께와 폭을 설계 변수로 설정하였다. 회귀모형의 목적함수는 상용 해석 프로그램을 통해 얻었다. 회귀모형의 함수를 가지고 회귀계수를 계산한 후, DOT를 이용하여 최적해를 구하였다. 설계에 이용된 복합재료로는 E-glass/epoxy와 carbon/epoxy를 선정하였고 겹판 스프링과 비교 해석하였다. 그 결과 정적 스프링 상수는 최적화된 복합재료 스프링들과 겹판 스프링이 1%내로 일치함을 보였다.

**Key Words** : 정적 스프링 상수(static spring rate), 이력선도(hysteresis curve), 최적설계(optimum design), 반응표면분석법(response surface analysis), 복합재료 스프링(composite leaf spring)

## 1. 서 론

최근 자동차는 전자화, 고급화, 안전화 등에 대한 수요자들의 요구가 다양화함에 따라 부대장비가 늘어나 자동차 중량이 계속 증가하는 추세이며 세계적으로 환경오염 문제가 대두되면서 기업별 평균연비 및 자동차 배기 가스규제 강화에 대비한 연비개선이 절실히 요구되고 있다. 자동차

의 연비개선 대책은 엔진, 구동계의 효율 향상, 주행저항 감소, 경량화 등이 있으나 엔진효율향상 및 구동전달 효율향상은 기술적으로 거의 한계에 도달하여 대폭적인 효율향상은 기대하기 어려운 실정이며 구조변경 및 부품의 경량화 등에 특히 기대된다[1].

이러한 차체의 경량화로 인한 에너지 절약과 성능향상을 위해서는 높은 기계적 강도와 내열성, 내부식성 등의

\* 전남대학교 기계공학과 대학원

\*\*+ 조선이공대학 자동차과, 교신저자(E-mail:lyk9001@mail.chosun-c.ac.kr)

\*\*\* 기아자동차

\*\*\*\* 전남대학교 공과대학 기계시스템공학부

특성을 가지고 있는 섬유강화 복합재료(fiber reinforced plastics, FRP)의 적용이 대두되고 있으며 실제 미국, 일본 등의 선진국에서는 자동차의 차체, 판벨, 차축 및 판스프링 등을 SMC(sheet molding compound) 또는 BMC(bulk molding compound) 등의 제조공법을 이용하여 FRP가 제작되어 상용화되어 있고 사용범위가 점차 확대되고 있는 실정이다[2]. 국내 자동차 회사는 자동차의 구조부품 중 일부가 FRP의 부품을 병행하여 상용화하는 초기단계이나 경쟁력을 갖기 위해서는 자동차 구성부품의 소재를 복합재료로 대체할 수 있는 기술력이 필요하다.

특히 자동차의 구조부품 중에서도 가장 복잡하면서도 큰 하중이 작용하고 있는 현가장치용 판스프링에 있어서 FRP 판스프링의 사용은 차체의 경량화로 인한 에너지 절감효과가 기대되며 하질량(unsprung mass)의 진동특성이 개선됨에 따라 조정안정성 및 승차감 향상 등을 도모할 수 있다.

현재 판스프링의 제작은 판단법과 전개법을 이용한 설계가 이루어지면 이를 제작하여 성능 및 내구성을 평가하여 문제점을 보완하는 방법으로 진행하고 있다. 이러한 제작 방법은 많은 시간 및 경비가 소모되는 단점이 있다.

이러한 단점들을 보완한 연구들을 살펴보면, 유원재 등[3]은 유전 알고리즘을 이용하여 복합재료 스프링 제작에 시행착오로 인해 발생하는 시간 및 경제적 손실을 최소화 방법을 연구하였고 최근에는 통계학적 이론을 바탕으로 한 설계기법으로서 실험계획법을 이용한 최적설계 연구들이 활발히 진행되고 있다. Kang 등[4]과 Venter 등[5]은 중형 트럭의 조정 안정성의 최적화 과정으로 많은 설계인자의 변수와 하중 조건들을 갖는 구조물의 피로 수명을 예측하는데 반응표면분석법을 적용한 방법을 제시하기도 하였다.

본 연구에서는 자동차 현가장치의 구성요소인 곁판 스프링을 FRP 스프링으로 대체하고자 유한요소해석(finite element method)을 수행하였다. 유한요소해석의 신뢰성을 확보하고자 곁판 스프링에 대해 정적 스프링 상수(static spring rate) 특성을 실험과 비교하여 검증하였다. 또한 FRP 스프링의 설계를 위해 유한요소해석을 이용하여 반응표면 분석법의 최적화 해석을 수행하였다.

## 2. 연구 배경 및 내용

### 2.1 FRP 스프링의 연구배경

버스, 트럭의 앞뒤 차축, 승용차의 뒤 차축 등에 많이 이용되는 일체차축 현가장치는 차체와 화물을 지지하기 위해 주로 steel 판스프링이 사용된다. 이러한 steel 판스프링은 소재의 탄성( $2.1 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$ )이 높아 단판으로 제작하기 보다는 여러겹의 판을 겹친 곁판 스프링(multi leaf spring)

으로 제작 사용된다. 곁판 스프링은 판간 마찰에 의한 에너지 손실이 크고 이로 인한 이력현상(hysteresis) 때문에 미소 진폭거동에서 동적 스프링비가 높아져 승차감이 나빠진다는 단점을 가지고 있다.

곁판 스프링은 가압 및 감압에 따른 정적 및 동적 거동에 있어서 스프링 상수가 상이한 관계로 복잡한 양상을 나타내나 FRP 스프링은 사용되는 소재는 높은 인장강도와 낮은 탄성률에서도 스프링 상수가 일정하게 나타나므로 설계상의 스프링상수를 실현시킬 수 있다.

또한 FRP 스프링의 소재는 판스프링 보다 비탄성에너지가 약 13배 정도 우수한 소재를 사용함으로써 높은 경량화 효과를 얻을 수 있으며 중량감소에 따른 연비 향상, 가속 능력 향상, 승차감 및 조정안정성 향상 등의 효과가 예상된다[6].

FRP 스프링 적용에 따른 중량감소효과는 그대로 하질량 감소효과로 이어져 범프(bump) 통과시 차체에 전달되는 충격을 작게 하고 스프링 운동이 경쾌해진다.

또한 FRP는 점탄성(visco-elasticity) 재료로 내부 마찰에 의한 진동감쇠식 효과가 있어 차축이나 동력전달계(power train)로부터 전달되는 고주파 진동 및 소음을 저하시키는 효과가 기대되어진다[7].

### 2.2 연구내용

최적화된 FRP 스프링의 설계값을 얻기 위해서 먼저 대상인 곁판 스프링을 선정하여 정적시험을 통한 하중-처짐 곡선의 스프링 상수와 유한요소해석을 이용한 스프링 상수를 비교 분석하여 유한요소해석결과가 실험결과에 근사한 값을 얻도록 유도함으로써 최적화의 기본자료로 활용하였다.

본 연구에서 이용한 FRP 스프링소재로는 실용화가 가능하며 제작이 용이한 E-glass/epoxy와 carbon/epoxy 소재 두 가지를 선택하였다.

곁판 스프링의 스프링 상수값에 근접한 유한요소해석의 모델이 정의되면 선정된 재료의 FRP 스프링에 대한 모델링을 하였고 이를 반응표면분석법을 이용하여 유한요소법을

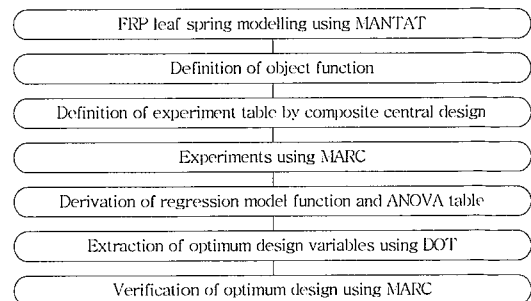


Fig. 1 Overall analysis flow.

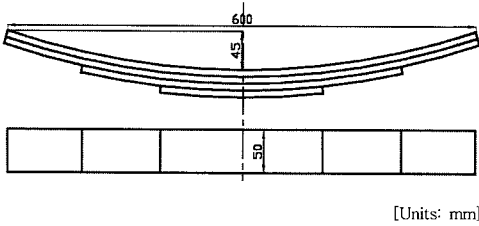


Fig. 2 Schematic of leaf spring.

이용한 구조해석을 하였다. 이때 목적함수로서 스프링 상수를 이용하였고 설계변수와 함께 회귀계수를 산출하였다. 회귀계수가 정의된 회귀모형함수는 ANOVA table에 의해 신뢰성을 검증하여 최적설계 프로그램인 DOT Version 4.20을 이용해 설계값을 구하였다.

구해진 최적설계변수를 토대로 유한요소해석하여 접판 스프링의 특성과 비교하였다. Fig. 1에는 본 연구의 방법을 간략하게 도시하였다.

2.2.1 접판 스프링의 선정

본 연구에 이용된 접판 스프링을 Fig. 2에 도시하였다. 상단 판(1번 판)부터 최하단 판(4번 판)까지 총 4개의 판으로 구성되었다. 각 판의 스프링 길이를 살펴보면 1번 판과 2번 판은 600mm, 3번 판은 400mm, 4번 판은 200mm로 되어 있고, 각판의 폭은 50mm이고 45mm의 캠버로 이루어져 있다.

2.2.2 정적시험 방법 및 스프링 상수

정적시험을 위해서는 Fig. 3과 같이 접판 스프링의 양끝을 시험기의 지그에 각각 고정하였다. 유압 액츄에이터는 접판 스프링의 중앙부에 힘을 가하였으며 접판 스프링의 중앙부는 차축과 고정되는 U-볼트가 체결되지 않는 상태(unclamped state)로 시험을 수행하였다.

지그는 액츄에이터 방향과 수직인 방향으로만 자유롭게 움직일 수 있고 마찰력을 최소화할 수 있도록 설계하였다. 이때 사용된 유압시험기는 Instron 8872이고 액츄에이터의 이동속도를 2mm/sec하였고 최대하중은 적차시 조건인 최대 1000kg까지 가하였다.

정적시험을 실시하면 접판 스프링의 정적 이력곡선은 Fig. 4와 같이 하중-처짐 곡선으로 인한 판간 접촉 마찰력으로 나타낼 수 있으며 이력곡선은 과도변형 구간(transition area)인 비선형 구간(BD, EF)에 의해 특성이 결정되어진다. 이러한 과도변형구간은 하중이 증가, 감소함에 따라 하중 방향이 바뀔 때 판 끝 접촉부와 인접하는 판간 미끄러짐 때문에 발생한다. OA의 기울기(하중-변위)는 정적 스프링 상수( $K_s$ )라고 정의되며, D점과 G점간의 하중차이를 마찰력(2F)이라 한다[8].

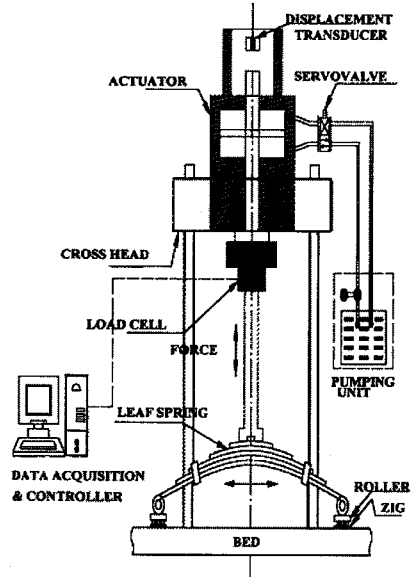


Fig. 3 Experimental apparatus.

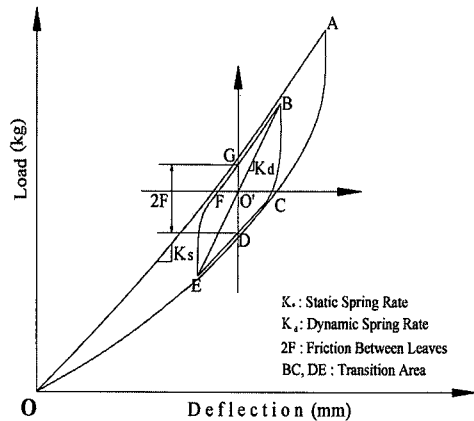


Fig. 4 Load-deflection diagram of leaf spring.

2.2.3 유한요소모델 검증

Fig. 5에서 보여주는 유한요소해석 모델 생성은 아이부와 U-볼트가 체결되지 않는 상태로 1600여 개의 hexanedral 요소로 모델링하였다. 상용해석 프로그램인 MENTAT와 MARC을 이용하여 Fig. 5와 같이 3차원 유한요소모델을 한 다음 해석을 수행하였다.

유한요소모델에 사용된 마찰계수는 접판 스프링의 판간 마찰력 특성[9]을 근거로 판간마찰에 대한 정마찰계수는 하중 부하시(loading)의 0.51, 하중 무부하시(unloading)의 0.393을

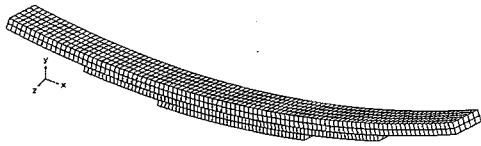


Fig. 5 FEM model of steel leaf spring.

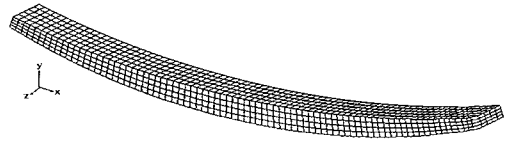


Fig. 7 FEM Model of FRP spring.

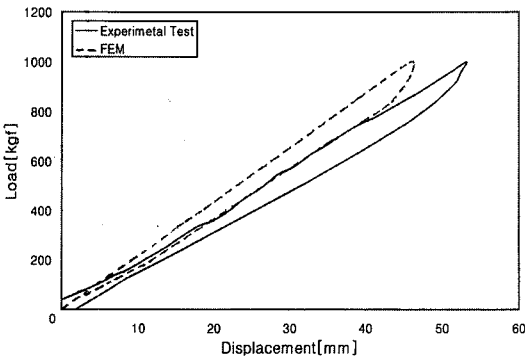


Fig. 6 Comparison of FEM and experimental test.

Table 1 Static spring rate of analysis and test

	FEM	Experimental test
Spring rate	18.51kg/mm <sup>2</sup>	17.45kg/mm <sup>2</sup>

입력하여 비선형 유한요소해석을 하였다. 스프링의 양 끝단은 x축의 변위와 z축의 회전, 중앙부는 y축의 변위를 제외한 나머지 변위와 회전을 구속하였다. 이때 중앙부의 집중하중은 공차시의 700kg부터 1000kg까지의 조건으로 유한요소해석과 실험에 각각 부여하였다.

Fig. 6에서는 정적시험과 유한요소해석을 통해 얻어진 마찰손실에 의한 정적이력곡선(static hysteresis diagram)을 비교하였고, Table 1은 실험과 유한요소해석에 의한 정적 스프링 상수를 나타내었다. 실험 및 해석 결과로부터 정적 스프링 상수값이 약 6% 정도의 차이를 보였다.

2.2.4 FRP 스프링의 소재 선정

사용 가능한 FRP 스프링의 소재를 Table 2에 나타내었다. 피로시험전 물성값으로는 S2-glass/epoxy 소재가 우수하고 피로시험후 물성값으로는 carbon/epoxy 소재가 우수한 것으로 보이나 E-glass/epoxy 소재와 비교하면 S2-glass/epoxy는 2~3배, carbon/epoxy는 3~5배정도 높은 가격을 형성하고 있어

Table 2 Properties of composite materials

	Density (g/mm <sup>3</sup> )	Young's Modulus (kg/mm <sup>2</sup> )	Strength(kg/mm <sup>2</sup> )	
			Static	Fatigue
Steel	7.85	21000	150	100
Carbon/Epoxy	1.60	13900	150	120
E-Glass/Epoxy	1.90	4280	130	87
S2-Glass/Epoxy	1.90	5400	150	100

성능 및 제작비를 곁판 스프링의 수준을 고려했을 때 E-glass/epoxy 소재가 FRP 스프링으로 적절할 것으로 판단된다.

따라서 본 연구에서는 FRP 스프링의 소재를 E-glass/epoxy와 carbon/epoxy를 선정하여 최적설계후 같은 조건에서 FRP 스프링의 특성들을 고찰하였다.

2.2.5 FRP 스프링의 유한요소해석 방법

섬유배열은 직교 이방성 재료로 스프링의 길이 방향으로 배열되었다고 가정하였고 FRP 스프링의 유한요소해석은 곁판 스프링의 유한요소해석에서 이미 검증된 방법의 조건으로 모델링하였다. 모델링은 1600여 개의 8-node를 가지는 hexahedral 요소로 균일한 간격으로 분할하여 생성하였다. 곁판 스프링의 구속 조건과 마찬가지로 스프링 양 끝단의 핀 중심 node들은 수평방향으로 이동이 가능한 고정 경계를 주었고, 스프링의 센터볼트 중심 node에 집중하중이 가해지도록 하였다. 이러한 조건에 맞게 Fig. 7에 모델링의 형상을 나타내었다.

2.2.6 회귀모형함수의 추정[10]

설계변수에 종속인 목적함수값의 변화를 설명하기 위해 k개의 설계변수를 사용하여 각 설계변수의 주어진 범위 내에서 목적 함수와의 관계를 표현하는 것을 중회귀모형이라고 한다. 이 모형은 n개의 데이터에 대하여 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

식 (1)에서  $\beta$ 항은 미지수이며 각각의 행렬을 정의하면 다음과 같다.

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서,  $Y$ 는 실험결과값,  $\beta$ 는 미지수,  $\varepsilon$ 는 에러항이며  $X$ 는 일반적인 방법으로 표현하면 실험계획표에 의해 다음과 같이 정의된다.

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & x_{11}^2 & x_{21}^2 & x_{11}x_{21} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & x_{12}^2 & x_{22}^2 & x_{12}x_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & x_{1n}^2 & x_{2n}^2 & x_{1n}x_{2n} \end{bmatrix} \quad (3)$$

최소제곱법에 의하여 최소화시키려는 오차 제곱의 합을 행렬을 사용하여 표현하면 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon^T \varepsilon = (Y - X\beta)^T (Y - X\beta) \quad (4)$$

식 (4)를  $\beta$ 로 미분하여 정리하면 식 (5)과 같이 된다.

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (5)$$

식 (5)를 계산하면 식 (1)에서의 중회귀모형 함수를 구할 수 있다.

이런 과정을 이용하여 2차 모형함수를 구하는 방법은 다음과 같다. 2개의 독립변수  $x_1, x_2$ 에 의한 데이터를 2차 식으로 표현하면 식 (6)과 같이 된다.

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{12} x_1 x_2 \quad (6)$$

각 변수를 계산하기 쉽게 하기 위한 행렬로 식 (4)에 적용하여 나타내면 식 (7)과 같이 정의된다.

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서,  $X$ 의 첫 번째 열은 모두 1이고, 두 번째 열부터 네 번째 열까지는  $2^k$ 요인 실험계획표의 중심합성계획법에 정의된 대로 계산해서 대입하면 된다. 그리고  $Y$ 는 실험결과값을 대입해서 정의할 수 있으므로 미지의 계수인  $\beta$ 의 값을 식 (5)를 이용하여 계산하면 2차 변수와 목적함수와의 관계를 구할 수 있다. 회귀모형함수가 설계변수와 목적함수와의 관계를 어느 정도 잘 표현하였는가를 확인하는 과정이 필요한데, 그 이유는 식 (1)의 모형함수가 의미가 있는 경우에 한하여 올바른 최적설계를 할 수 있기 때문이다. 따라서 회귀모형함수의 신뢰성과 정확성 검토를 위해 분산분석표인 ANOVA(analysis of variation) table을 이용한다.

분산분석표를 작성하기 위해서는 다음 항목들을 고려해야 한다. 즉  $y_i$ 를 측정값,  $\hat{y}_i$ 를 추정함수값이라 하면,  $y_i$ 들의 평균  $\bar{y}_i$ 와의 차이인 총편차는 식 (8)과 같이 두 편차의 합으로 나타낼 수 있다.

$$(y_i - \bar{y}) = (y_i - \hat{y}_i) + (\hat{y}_i - \bar{y}) \quad (8)$$

식 (8)의 양변에 제곱하고 모든  $i$ 에 대하여 합하면 식 (9)가 된다.

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (9)$$

식 (9)의 좌변항을 총변동이라 하여 SST(total sum of squares)로 표기하면, 식 (9)를 식 (10)과 같이 표현할 수 있다.

$$SST = SSE + SSR \quad (10)$$

여기에서 SSE(residual sum of squares)는 잔차제곱합으로써 주어진 설계변수값에서 목적함수값의 변동을 나타내는 것으로 회귀모형함수에 의하여 설명할 수 없는 변동을 뜻하고, SSR(regression sum of squares)은 회귀제곱합이라고 하며 회귀모형함수에 의해 설명되는 변동을 나타낸다. 식 (10)에 나타난 3가지 변동의 계산방법은 식 (11)과 같다.

$$\begin{aligned} SST &= Y^T Y - n(\bar{Y})^2 = SSE + SSR \\ SSR &= \beta^T X^T Y - n(\bar{Y})^2 \\ SSE &= Y^T Y - \beta^T X^T Y \end{aligned} \quad (11)$$

분산분석표를 작성하면 Table 2와 같이 된다. 여기서 회귀평균제곱 MSR(regression mean square)과 잔차평균제곱 MSE(residual mean squares)는 다음 식 (12)와 같이 계산할 수 있다.

Table 2 ANOVA table

Fator	S	$\phi$	V	$F_0$	$F(\sigma)$
Regression variation	$SSR = \beta^T X^T Y - n(\bar{Y})^2$	k	MSR	$\frac{MSR}{MSE}$	$F_D$
Residual variation	$SSE = SST - SSR$	n-k-1	MSE	-	-
Sum	$SST = Y^T Y - n(\bar{Y})^2$	n-1	-	-	-

S: Sum of squares  $\phi$ : Degree of freedom

V: Average of squares  $F_0$ : F-statistic

$F_D$ : F-distribution

$$MSR = \frac{SSR}{k} \quad (12)$$

$$MSE = \frac{SSE}{n-k-1}$$

Table 2에서 검정통계량인  $F_0$ 가  $F_0 > F(\sigma)$ 이면 유의 수준  $\sigma$ 에서 귀무가설이 기각되며, 이는 추정된 모함수가 유의하다고 볼 수 있다. 또한  $F_0$ 의 값이 크면 클수록 회귀모형함수가 정확하다고 할 수 있다.

따라서 판스프링의 최적설계를 위해 설계변수와 목적함수를 선정해야 하는데 설계변수는 판스프링의 설계변경이 가능한 변수 및 스프링 상수에 가장 영향이 크게 작용할 것으로 판단되는 두께와 폭으로 결정하였으며 목적함수는 스프링 상수를 구하기 위한 스프링의 변위로 선정하였다.

### 3. FRP 스프링의 최적설계

#### 3.1 E-Glass/epoxy 스프링

접판 스프링인 4판 스프링의 변위는 유한요소해석 결과 37.817mm로서 스프링상수는 18.51kg/mm<sup>2</sup>이다. FRP 스프링의 변위값은 회귀모형함수로 사용된다. 각 설계변수의 설계 가능한 범위를 식 (13)과 같이 설정하였다.

$$\begin{aligned} 32 \leq x_1 \leq 40 \\ 45 \leq x_2 \leq 55 \end{aligned} \quad (13)$$

행렬계산의 편의를 위해 식 (13)을 식 (14)와 같이 최소값 -1, 최대값 1인  $X_1, X_2$ 로 변환시켰다.

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{x_1 - 36}{4} \\ X_2 &= \frac{x_2 - 50}{5} \end{aligned} \quad (14)$$

이에 따른 목적함수와 설계변수 그리고 식 (5)에서 계산된  $\beta$ 는 행렬식으로 식 (15)와 같이 표현할 수 있다.

$$Y = \begin{bmatrix} 33.7314 \\ 25.8833 \\ 19.4539 \\ 13.7796 \\ 8.1876 \\ 3.6013 \\ 0.6939 \\ -3.4356 \\ -6.8247 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \beta = \begin{bmatrix} 8.17119 \\ -14.7725 \\ -5.32907 \\ 3.06087 \\ 0.527467 \\ 1.68973 \end{bmatrix} \quad (15)$$

이때 얻어진 회귀계수  $\beta$ 를 회귀모형에 적용하면 식 (16)와 같은 최적방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} Y &= 8.17119 - 14.7725X_1 - 5.3297X_2 + 3.06087X_1^2 \\ &\quad + 0.527467X_2^2 + 1.68973X_1X_2 \end{aligned} \quad (16)$$

E-glass/epoxy 스프링의 회귀모형함수에 대한 분산분석표를 작성하면 Table 3과 같이 구해진다.

Table 3 ANOVA table of E-glass/epoxy spring

Fator	S	$\phi$	V	$F_0$	$F(0.01)$
Regression variation	1510.47	2	755.235	21578.14	10.9
Residual variation	0.21	6	0.035	-	-
Sum	1510.68	8	-	-	-

#### 3.2 Carbon/epoxy 스프링

또 다른 소재인 carbon/epoxy 스프링의 경우, 각 설계변수의 설계 가능한 범위를 식 (17)과 같이 설정하였다.

$$\begin{aligned} 24 \leq x_1 \leq 32 \\ 45 \leq x_2 \leq 55 \end{aligned} \quad (17)$$

행렬계산의 편의를 위해 식 (17)을 식 (18)과 같이 최소값 -1, 최대값 1인  $X_1, X_2$ 로 변환시켰다.

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{x_1 - 28}{4} \\ X_2 &= \frac{x_2 - 50}{5} \end{aligned} \quad (18)$$

이에 따른 목적함수와 설계변수 그리고 식 (5)에서 계산된  $\beta$ 는 행렬식으로 식 (19)와 같이 표현할 수 있다.

$$Y = \begin{bmatrix} 29.8094 \\ 23.0512 \\ 17.5215 \\ 6.1388 \\ 1.7548 \\ -1.8332 \\ -7.5652 \\ -10.4549 \\ -12.9297 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \beta = \begin{bmatrix} 1.74942 \\ -16.8891 \\ -4.27023 \\ 4.55142 \\ 0.406067 \\ 1.7316 \end{bmatrix} \quad (19)$$

이때 얻어진 회귀계수  $\beta$ 를 회귀모형에 적용하면 식 (20)과 같은 최적방정식을 구할 수 있다.

$$Y = 1.74942 - 16.8891X_1 - 4.27023X_2 + 4.55142X_1^2 + 0.406067X_2^2 + 1.7316X_1X_2 \quad (20)$$

carbon/epoxy 스프링의 회귀모형함수에 대한 분산분석표를 작성하면 Table 4와 같이 구해진다.

Table 4 ANOVA table of carbon/epoxy spring

Fator	S	$\phi$	V	$F_0$	$F(0.01)$
Regression variation	1874.62	2	937.31	18746.2	10.9
Residual variation	0.3	6	0.05	-	-
Sum	1874.92	8	-	-	-

#### 4. 결과 및 고찰

Table 3과 Table 4에 나타난 바와 같이 검정통계량인  $F_0$ 가  $F_0 > F(\alpha)$ 이므로 가설이 기각되었고  $F_0$ 의 값이 크면 클수록 회귀방정식의 정도가 좋기 때문에 E-glass/epoxy 및 carbon/epoxy 스프링에 대한 회귀모형함수는 유의하다고 판단할 수 있다.

회귀모형함수를 유도하여 회귀모형함수에 대한 정확성과 신뢰성을 확인하였으므로, 이 회귀모형함수를 이용하여 회귀모형함수가 최소값을 가지게 되는 최적설계 변수들을 선정하여야 한다. 본 논문에서 스프링의 최적설계 문제는 conjugate direction을 이용한 최소한 방법으로 2차적 수렴을 통해 유한한 반복횟수를 찾을 수 있는 비구속 최소화 (unconstrained minimization) 문제를 의미하며 식 (16)과 식 (20)과 같이 정의할 수 있다.

최적설계 문제에서 최적설계 변수를 구하기 위해 최적설계 프로그램인 DOT version 4.20을 이용하였다. 최적설계 해석을 통해 구해진 E-glass/epoxy 스프링의 설계 변수값은 스프링 중앙부의 두께( $x_1$ ) 37.8mm, 폭( $x_2$ ) 52.5mm로 나타났으며

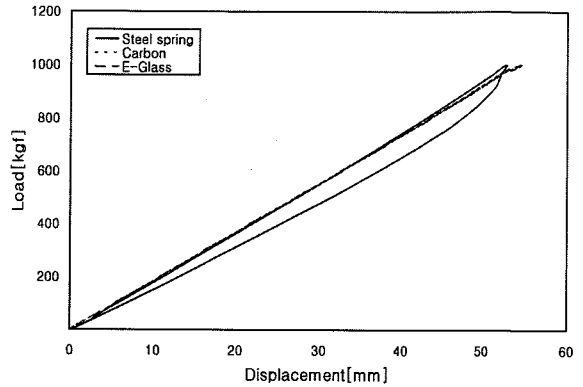


Fig. 8 Comparison between FRP leaf springs and steel leaf spring.

끝단의 두께는 중앙두께의 반인 18.9mm이었다. carbon/epoxy 스프링의 경우의 설계 변수값은 스프링 중앙부의 두께( $x_1$ ) 28.38mm, 폭( $x_2$ ) 50.5mm로 나타났으며 끝단의 두께는 중앙 두께의 반인 14.2mm이었다.

Fig. 8는 최적 설계 모델을 1000kg까지 정적 해석을 하여 곽판 스프링 및 선정된 FRP 스프링들의 정적 해석 결과를 비교하였다. E-glass/epoxy 스프링 및 carbon/epoxy 스프링의 정적 스프링 상수가 각각 18.45kg/mm<sup>2</sup> 과 18.35kg/mm<sup>2</sup> 이었고 곽판 스프링 및 FRP 스프링의 정적 스프링 상수와의 오차가 1% 미만으로 거의 일치함을 볼 수 있었다.

곽판 스프링은 판간 마찰로 인한 마찰 손실로 인해 이력선도가 뚜렷이 보이고 있으나 FRP 스프링의 경우에는 하중 부과시와 하중 제거시 모두 선형거동을 함으로써 마찰 손실이 나타나지 않음을 볼 수 있다. 따라서 동적 스프링 상수 역시 마찰손실에 대한 변화가 없기 때문에 댐퍼 등을 보완해 줌으로써 승차감 및 조정안정성이 개선에 이루어질 것으로 사료된다.

#### 5. 결론

기존의 Steel 곽판 스프링과 최적화된 FRP 스프링 해석 결과, 다음과 같은 결론을 알 수 있었다.

1. Steel 곽판 스프링의 실험 및 유한요소해석 비교 결과, 정적 스프링 상수가 6%의 차이로 유한해석모델의 신뢰성을 확인하였다.
2. 최적설계 결과, E-glass/epoxy 스프링 중앙부의 두께와 폭이 37.8mm, 52.5mm로, carbon/epoxy 스프링의 중앙부의 두께와 폭은 28.38mm, 50.5mm로 구하였다.

3. 기존의 곁판 스프링은 마찰 손실에 의한 이력곡선이 나타나지만 FRP스프링에서는 판간 마찰이 없어 완전한 선형거동을 함을 알 수 있었다.
4. 곁판 스프링 및 FRP 스프링의 정적 스프링 상수가 오차가 1% 미만으로 유한요소해석 결과가 일치함을 볼 수 있었다.
5. FRP 스프링의 최적설계를 통해 차량의 경량화에 기여할 수 있을 것으로 사료되지만 FRP 실차 적용을 위해서는 내구성 및 조정안정성에 대한 충분한 실험적 고찰이 수반되어야 할 것이다.

### 참고문헌

- 1) 이상관, 김병선, “섬유강화 복합재료와 자동차,” 자동차 공학회지, Vol. 18, No. 5, 1996, pp. 96-120.
- 2) T. Gotte and R. Jakobi, *Fundamentals of the Dimensioning of Fiber/Plastics Composite Leaf Springs for Commercial Vehicle Application*, Kumsststoffe 75, 1985, pp. 100-104.
- 3) 유원재, 김호철, “Composite 판스프링 제작시의 동적유전성 분석,” 한국복합재료학회지, Vol. 4, No. 2, 1991, pp. 30-37.
- 4) S. H. Kang, K. H. Nam, G. H. Lee and H. G. Sohn, “A Study of Handling Performance Optimization of a Medium Truck,” *Proceedings of the 9th International Pacific Conference on Automotive Engineering*, Paper No. 971389, 1997, pp. 141-147.
- 5) G. Venter, R. T. Haftka and M. Chirehdast, “Response Surface Approximations for Fatigue Life Prediction,” *AIAA-97-1331*, 1997, pp. 1383-1396.
- 6) 장종철, “Jeep 차량의 FRP Spring 소개,” 아시아기보, 1996, pp. 111-124.
- 7) FRP spring, *Automotive Plastic Reports*, Market Search Inc., 1989, pp. 4D/5-11.
- 8) T. Hamano, “Characteristic of Hysteresis Curve of the Leaf Spring,” 1995.
- 9) J. Song and Y. Maruyama, “Dynamic Characteristics of Leaf Spring by ADAMS software,” *ばね論文集*, Vol.38, 1992, pp. 31-36.
- 10) 한형석, 박태원, “반응표면 분석법을 이용한 기구의 강건 설계,” 한국정밀공학회지, 제13권 제10호, 1996, pp. 56-61.