

## 論文

SCARA 형 D.D. 로봇트를 위한  
복합재료 팔의 최적 Winding 각도 계산

이대길\* · 김기수\* · 임창영\* · 곽윤근\*

Calculation of the Optimal Winding Angle of the  
Composite Arm for the SCARA-Type Direct-Drive Robot

Dai-Gil Lee\*, Ki-Soo Kim\*, Chang-Young Lim\* and Yoon-Keun Kwak\*

## ABSTRACT

The robot arm in the assembly operation should have high acceleration and high accuracy with less vibration. The composite material is best suited for the robot arm in this purpose because of its high specific stiffness and high damping.

In this paper, the static deflection equation of the SCARA-type robot arm was derived by energy method. Using this equation, the optimum winding angle of the composite material for the robot arms was derived to give the minimum deflection at the gripper position.

## 초 록

조립 작업용 로봇트는 진동이 없이 고가속도와 고정밀도를 가져야만 한다. 복합재료는 높은 비강성과 고감쇄 특성을 가지고 있기 때문에 이러한 목적의 로봇트 팔에 가장 적당한 재료이다.

이 논문에서는 energy method를 이용하여 SCARA 형 로봇트 팔의 정적 처짐 방정식을 유도하였고, 이 방정식을 이용하여 로봇트 팔의 Gripper 위치에서 처짐이 최소로 되는 복합재료의 winding 각도를 구하였다.

## 1. 서 론

복합재료는 재료의 높은 비탄성 계수(Specific modulus:  $E/\rho$ )와 비강도(Specific strength) 특성[1] 때문에, 구조물의 경량화가 요구되는 우주선, 항공기 등에 주로 사용되어 왔다. 최근에 복합재료의 가격이 저렴하여 지면서, 복합재료의 높은 비탄

성 및 감쇄 특성[1-3]을 이용하고자 스포츠용품 및 기계 부품에도 복합재료의 사용이 증가되고 있다.

복합재료는 무게를 가볍게 하는 특성 외에도, 재료의 고유 진동수와 감쇄값이 매우 크므로, 빠른 속도로 움직이는 정밀기계의 부품 재료로 적합하다. 즉 탄소 섬유 복합재료나 Boron 섬유 복합재료와 같은 높은 비탄성 계수를 갖는 재료를 사용하여 구

\* 정회원, 한국과학기술대학

조물을 제작하면 구조의 고유 진동수를 철이나 알루미늄을 사용하는 것보다 두배 정도 증가시킬 수 있다[4]. 이것은 구조의 고유 진동수가 재료의 비탄성 계수의 제곱근에 비례하므로[5], 재료의 비탄성 계수가 철이나 알루미늄보다 네배 정도 큰 복합재료로 제작된 구조물의 고유 진동수의 값은 철이나 알루미늄으로 제작된 구조의 고유 진동수 보다 두배 정도 높게 된다[4]. 또한 탄소섬유 복합재료는 철이나 알루미늄 보다 감쇄(damping)값이 10배 정도 크므로, 진동을 빨리 흡수해야 하는 고속정밀 기계의 부품으로 사용하면 동역학적 성질을 매우 향상시킬 수가 있다[1-3].

위와 같은 복합재료의 정적 및 동적 우수성 때문에, 복합재료를 항공기의 구조 외에도 공작기계의 주축[6], 자동차의 드라이브 샤프트[4], 보링바[7] 등에 사용하려는 노력이 시도되고 있다.

복합재료를 이용한 로봇 팔의 제작은 1984년도에 M.I.T.에서 H. Asada[8]가 맨 처음 시도하였는데, 이 연구에서 Asada는 Assembly 용이 아닌 Revolute 형의 산업용 로봇의 Forearm 을 탄소 섬유 복합재료를 사용하여 제작하였다. Asada가 제작한 로봇은 직접 구동방식 로봇였는데, 당시의 직접 구동 모터는 큰 토크를 내기 위하여 무게가 매우 무거웠으므로, 작은 Payload의 로봇도 매우 큰 구조를 가지고 있었다. 이 연구에서 Asada는 복합재료를 사용하여 로봇 팔의 무게를 줄이고, 팔 구조의 고유 진동수를 높일 수 있었다. 그러나 이 로봇은 복합재료의 설계 관점에서 볼 때 여러가지 개선할 여지가 많이 존재하고 있었다.

본 연구에서는 정확도가 매우 요구되면서, 큰 가속을 필요로 하는 Printed Circuit Board 조립용의 SCARA 형 D. D. 로봇을 탄소예폭시 복합재료로 제작하기 위한 것이다. 그 첫번째 단계로 정적 하중이 로봇의 Gripper 에 작용하였을 때, 변형을 최소로 하는 구조를 설계하기 위한 설계식을 구하였으며, 이 식을 이용하여, 변형을 최소로 하기 위한 복합재료의 Winding 각도를 구하였다.

2. 정적 하중에 의한 로봇 팔의 변형

SCARA 형 로봇의 모델은 그림 1과 같고, 이

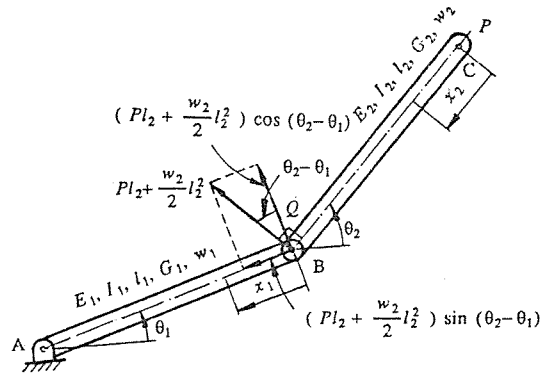


Fig. 1 Model of the SCARA type direct-drive robot

로봇 팔에 지면에 수직인 정적 하중 P가 작용하였을 때의 변형을 계산 하고자 한다.

팔의 A 점과 B점은 Deep groove 형 보울 베어링에 지지되어 있어서 평면 내에서 회전은 자유로우나, 수직 방향으로의 변형이 없다고 가정하였으며, B점의 베어링의 무게를 Q로 가정하였다. C점은 Gripper가 설치되는 점으로 Gripper 및 하중의 합을 P로 표시하였다. Gripper는 두개의 D.C. Servo 모터와 Ball screw를 사용하여 수직 방향으로의 운동이 가능하고 또한 Gripper의 일정각도 만큼의 회전도 가능하다. 팔 BC는 하중 P 및 팔의 자중에 의한 Bending 모멘트와 전단력에 의하여 변형을 일으킨다. 팔 BC가 받는 Bending 모멘트는, 로봇 팔의 단위 길이당의 자체 하중을 w2라고 하면  $-Px_2 - w_2x_2^2/2$  이므로, Bending 모멘트에 의한 에너지  $U_{BCB}$ 는

$$U_{BCB} = \int_0^{l_2} \frac{\left(-Px_2 - \frac{w_2}{2}x_2^2\right)^2}{2E_2I_2} dx_2$$

$$= \frac{l_2^3}{E_2I_2} \left(\frac{P^2}{6} + \frac{Pw_2l_2}{8} + \frac{w_2^2l_2^2}{40}\right) \dots\dots\dots (1)$$

이 된다. 여기서  $x_2$ 는 C점으로부터 B점으로의 길이를 나타낸다.

전단력에 의한 에너지를 계산하려면, 팔의 단면의 형상을 가정하여야 하는데, Bending과 Torsion에 모두 적합한 형인 Box-type[9]을 로봇 팔의

단면으로 결정하였다. 그림 2는 로봇트 팔의 단면을 나타내고 있다.

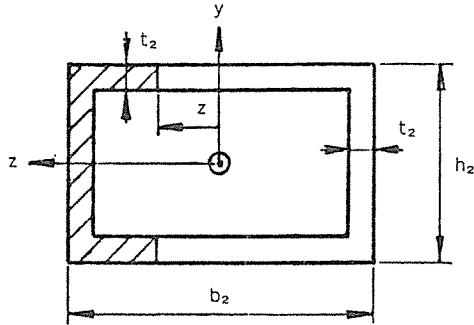


Fig. 2 Cross section of the robot arm.

팔의 수평 단면에서의 전단 응력은[10],

$$\tau_{xz} = -\frac{VQ}{t_2 I_2} \dots\dots\dots (2)$$

이고,  $V = -P - w_2 x_2$ 가 된다.

여기서,

$$Q = \int z dA = \int_{-b_2/2}^{b_2/2} z t_2 dz = t_2 \left[ \left(\frac{b_2}{2}\right)^2 - z^2 \right] \dots\dots\dots (3)$$

이므로

$$\tau_{xz} = \frac{(P + w_2 x_2) \left\{ \left(\frac{b_2}{2}\right)^2 - z^2 \right\}}{I_2} \dots\dots\dots (4)$$

이 된다. 같은 방법으로 수직 단면에서의 전단 응력은

$$\tau_{xy} = \frac{(P + w_2 x_2) \left\{ \left(\frac{h_2}{2}\right)^2 - y^2 \right\}}{I_2} \dots\dots\dots (5)$$

이 된다. 따라서 전단 응력에 의한 에너지  $U_{BCS}$ 는

$$\begin{aligned} U_{BCS} &= \iiint \frac{\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2}{2G} dx dy dz \\ &= 2t_2 \int_0^{l_2} \frac{(P + w_2 x_2)^2}{2G_2 I_2^2} \int_{-b_2/2}^{b_2/2} \left[ \left(\frac{b_2}{2}\right)^2 - z^2 \right]^2 dz \\ &\quad + 2t_2 \int_0^{l_2} \frac{(P + w_2 x_2)^2}{2G_2 I_2^2} \int_{-h_2/2}^{h_2/2} \left[ \left(\frac{h_2}{2}\right)^2 - y^2 \right]^2 dz \\ &= \frac{t_2 l_2 (b_2^5 + h_2^5)}{30G_2 I_2^2} (P^2 + Pw_2 l_2 + \frac{w_2^2}{3} l_2^2) \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

가 된다.

팔 AB가 하중 P에 의해서 B점에서 받는 Bending Moment는  $-(Pl_2 + w_2 l_2^2/2) \cos(\theta_2 - \theta_1)$ 이고 Torsional 모멘트는  $-(Pl_2 + w_2 l_2^2/2) \sin(\theta_2 - \theta_1)$ 이므로 팔 AB의 Bending 모멘트에 의한 에너지  $U_{ABB}$ 와 비틀림에 의한 에너지  $U_{ABT}$  및 전단 응력에 의한 에너지  $U_{ABS}$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} U_{ABB} &= \int_0^{l_2} \frac{[-(Pl_2 + \frac{w_2}{2} l_2^2) \cos(\theta_2 - \theta_1) - (P+Q)x_1 - \frac{w_1}{2} x_1^2]^2}{2E_1 I_1} dx_1 = \frac{1}{2E_1 I_1} [(Pl_2 + \frac{w_2}{2} l_2^2)^2 l_1 \cos^2(\theta_2 - \theta_1) \\ &\quad + \frac{1}{3} (P+Q)^2 l_1^3 + \frac{w_1^2}{20} l_1^5 + (Pl_2 + \frac{w_2}{2} l_2^2)(P+Q)l_1^2 \cos(\theta_2 - \theta_1) + \frac{1}{4} (P+Q) w_1 l_1^4 \\ &\quad + \frac{w_1}{6} (Pl_2 + \frac{w_2}{2} l_2^2) l_1^3 \cos(\theta_2 - \theta_1)] \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

$$U_{ABT} = \int_0^{l_1} \frac{[-(Pl_2 + \frac{w_2}{2} l_2^2) \sin(\theta_2 - \theta_1)]^2}{2G_1 J_1} dx_1 = \frac{l_1 l_2^2 (P + \frac{w_2}{2} l_2)^2 \sin^2(\theta_2 - \theta_1)}{2G_1 J_1} \dots\dots\dots (8)$$

$$\begin{aligned}
 U_{ABS} &= \int_0^{l_1} \frac{\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2}{2G} dx dy dz \\
 &= \frac{t_1 l_1 (b_1^5 + h_1^5)}{30 G_1 l_1^3} [(P+Q+w_2 l_2)^2 \\
 &\quad + (P+Q+w_2 l_2) w_1 l_1 + \frac{w_1^2}{3} l_1^3] \dots\dots (9)
 \end{aligned}$$

이 되고, 팔 전체의 에너지  $U_{AC}$ 는

$$U_{AC} = U_{BCB} + U_{BCS} + U_{ABB} + U_{ABT} + U_{ABS} \dots\dots (10)$$

로 표시된다.

Gripper 위치에서의 변형은, 하중 P가 작용하는 점에서의 변형이므로 Castigliano의 정리에 의하여, 단위 하중당의 변형  $\delta_p$ 는

$$\begin{aligned}
 \delta_p &= \frac{\partial U_{AC}}{\partial P} \\
 &= \frac{l_2^3}{E_2 I_2} \left( \frac{P}{3} + \frac{w_2 l_2}{8} \right) + \frac{t_2 l_2 (b_2^5 + h_2^5)}{15 G_2 I_2^3} \left( P + \frac{w_2 l_2}{2} \right) \\
 &+ \frac{1}{E_1 I_1} \left\{ l_1 l_2^2 \left( P + \frac{w_2 l_2}{2} \right) \cos^2(\theta_2 - \theta_1) + \frac{1}{3} (P+Q) l_1^3 \right. \\
 &+ l_1^2 l_2 \left( P + \frac{Q}{2} + \frac{w_2 l_2}{4} + \frac{w_1 l_1}{12} \right) \cos(\theta_2 - \theta_1) \\
 &+ \frac{1}{8} w_1 l_1^3 \left. \right\} + l_1 l_2^2 \left( P + \frac{w_2 l_2}{2} \right) \sin^2(\theta_2 - \theta_1) \\
 &+ \frac{t_1 (b_1^5 + h_1^5)}{30 G_1 I_1^3} \{ 2(P+Q+w_2 l_2) + w_1 l_1 \} \dots (11)
 \end{aligned}$$

이 된다.

또한 단면의 관성 모멘트 I와 J는 각각 다음과 같이 표시된다[11].

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{1}{12} [bh^3 - (b-2t)(h-2t)^3] \\
 J &= \frac{2t(b-t)^2(h-t)^2}{b+h-2t} \dots\dots\dots (12)
 \end{aligned}$$

### 3. 로봇트 팔의 형상 결정 및 복합재료의 Winding 각도 결정

로봇트 팔의 길이는 로봇트의 작업 영역에 의하여 결정된다. 그림 2에서 점 A에서 점 C까지의 직선

거리 r은 코사인 법칙에 의하여

$$r = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos(\theta_2 - \theta_1)} \dots\dots\dots (13)$$

가 표시된다. (13)식에 의하여 허용 가능한  $\theta_2 - \theta_1$  범위내에서의 작업 영역 r을 구하기 위한  $l_1$ 과  $l_2$ 를 구할 수가 있다.

로봇트 팔의 길이가 결정되면, 로봇트 팔의 단면의 크기를 결정하여야 하는데, 팔의 단면의 대략적인 크기는 팔에 장착될 모터와 베어링 그리고 전동장치 등의 크기에 의하여 결정된다. 이와 같은 조건에 의하여 팔의 단면의 대략적인 크기가 결정되면 정적 하중에 의한 팔의 허용 변형치에 기준하여, 팔의 단면의 두께 및 복합재료의 Winding 각도가 결정된다.

로봇트 팔의 여러가지 기하학적인 형상은 동력학적인 해석에 근거하여 설계하여야만 하나, 일반적으로 기계의 동력학적 성능은 정적 강성도(Stiffness)에 감쇄(Damping) 값을 곱하면 되므로 정적 강성도를 구하는 것이 필수적이다. 복합재료의 감쇄값은 다른 금속에 비하여 매우 크므로, 복합재료로 제작한 로봇트의 팔은 정적 강성도가 같은 다른 재료로 제작한 로봇트에 비하여 동력학적 성능이 매우 우수하게 된다.

식(11)에 의한 단위 하중당의 로봇트의 변형을 계산하기 위하여 평면 Orthotropic Classical Composite Laminat Theory를 사용하면[12],

$$\nu_{TL} = \frac{\nu_{LT} E_T}{E_L} \dots\dots\dots (14)$$

$$Q_{11} = \frac{E_L}{1 - \nu_{LT} \nu_{TL}} \dots\dots\dots (15)$$

$$Q_{22} = \frac{E_T}{1 - \nu_{LT} \nu_{TL}} \dots\dots\dots (16)$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{LT} E_T}{1 - \nu_{LT} \nu_{TL}} \dots\dots\dots (17)$$

$$Q_{66} = G_{LT} \dots\dots\dots (18)$$

와 같이 표시되고, 여기서 E, G 및  $\nu$ 는 Engineering Young's Modulus와 Shear Modulus 그리고 Poisson의 비이고, L은 Longitudinal, T는 Transverse의 약자이다.  $\theta$ 가 결정되면

$$I_1 = \frac{1}{4} (Q_{11} + Q_{22} + 2Q_{12}) \dots\dots\dots (19)$$

$$I_2 = \frac{1}{8} (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} + 4Q_{66}) \dots\dots\dots (20)$$

$$R_1 = \frac{1}{2} (Q_{11} - Q_{22}) \dots\dots\dots (21)$$

$$R_2 = \frac{1}{8} (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 4Q_{66}) \dots\dots\dots (22)$$

가 결정되고, 축방향으로부터 각도  $\theta$  인 복합재료 적층의 탄성계수가 다음과 같이 결정된다.

$$\bar{Q}_{11} = I_1 + I_2 + R_1 \cos(2\theta) + R_2 \cos(4\theta) \dots\dots\dots (23)$$

$$\bar{Q}_{22} = I_1 + I_2 - R_1 \cos(2\theta) + R_2 \cos(4\theta) \dots\dots\dots (24)$$

$$\bar{Q}_{12} = I_1 - I_2 - R_2 \cos(4\theta) \dots\dots\dots (25)$$

$$\bar{Q}_{66} = I_2 - R_2 \cos(4\theta) \dots\dots\dots (26)$$

$$\bar{Q}_{16} = \frac{1}{2} R_1 \sin(2\theta) + R_2 \sin(4\theta) \dots\dots\dots (27)$$

$$\bar{Q}_{26} = \frac{1}{2} R_1 \sin(2\theta) - R_2 \sin(4\theta) \dots\dots\dots (28)$$

위의 결과를 이용하여, 복합재료의 단위 두께를  $t_{ply}$ 라고 하면 Stretching Tensor  $A_{\alpha\beta}$ 를 다음과 같이 계산할 수가 있다.

$$A_{\alpha\beta} = \sum_i t_{ply} \bar{Q}_{\alpha\beta} \dots\dots\dots (29)$$

$A_{\alpha\beta}$ 가 구하여지면, 복합재료의 전체 두께를  $h$ 라고 하면 복합재료의 Engineering 탄성계수를 다음과 같이 구할 수가 있다.

$$E_L^I = \frac{1}{h} [A_{11} - \frac{A_{12}^2}{A_{22}}] \dots\dots\dots (30)$$

$$E_T^I = \frac{1}{h} [A_{22} - \frac{A_{12}^2}{A_{11}}] \dots\dots\dots (31)$$

$$G_{LT}^I = \frac{1}{h} A_{66} \dots\dots\dots (32)$$

#### 4. 설계예

앞에서 열거한 설계에 필요한 수식들은 계산이 복잡하여 컴퓨터를 이용하는 것이 효율적이다. 팔 BC 부분은 비틀림을 적게 받으므로 복합재료의 Winding 각도를 작게 하여도 무방하나, 팔 AB 부분은 비틀림을 많이 받게 되므로 Winding 각도를 증가시켜야만 한다. 따라서 팔 BC 부분의 Winding 각도는 로봇트가 우연히 비틀림을 받았을 때 큰 변형을 방지할 수 있도록  $G_{LT}^I$ 의 값을 어느 기준보다 크게

하는 것으로부터 구하여 질 수 있고, 팔 AB 부분의 Winding 각도는 앞에서 열거한 수식에 의하여 계산하여만 한다.

본 연구에서는 PCB를 조립할 수 있는 SCARA 형의 직접 구동 로봇트를 복합재료를 사용하여 제작하는 것이 목적이다. 우선 로봇트 팔의 길이를 식 (13)에 의하여 계산하여야 하는데, 본 연구에서는  $\theta_2 - \theta_1$ 의 값이  $0^\circ$ 와  $180^\circ$  근처로 가면, 로봇트 팔의 특이점(Singularity point)에 도달하게 되기 때문에  $\theta_2 - \theta_1$ 의 값의 범위를  $30^\circ$ 로부터  $150^\circ$ 까지로 제한하였으며, 이 경우 두 팔의 길이를 320mm로 취하면  $r_{max} = 618mm$ ,  $r_{min} = 166mm$ 가 되어, 작업 영역이 452mm가 되어 충분하므로 이 값을 팔의 길이로 택하였다. 팔의 단면적은 베어링의 설치 및 베어링과 복합재료로 제작한 팔과의 접합방법, 동력전달 방법 및 팔의 외관상의 모양 등에 의하여 결정되어야 하는데, 본 연구에서는 Base에 가까운 첫번째 팔의 형상을 폭이 120mm, 높이는 70mm로 택하였으며, 두번째 팔의 형상은 폭이 90mm, 높이는 70mm로 택하였다. 팔의 단면적의 두께와 복합재료의 Winding 각도는 사용할 복합재료의 종류 및 Gripper 위치에서의 하중에 의한 변형도 등을 고려하여 결정하여야 한다.

본 연구에서는 복합재료는 Graphite Fiber Epoxy Composite를 사용하기로 결정하였으며, Gripper Point에서의 단위 하중에 의한 변형이  $4.0 \mu m/N$  미만이 되도록 결정하였다. 만약 Graphite Fiber를 Celion G-50, epoxy를 Fiberite 9481을 사용하여, Resin의 함량이 40%라고 가정하면

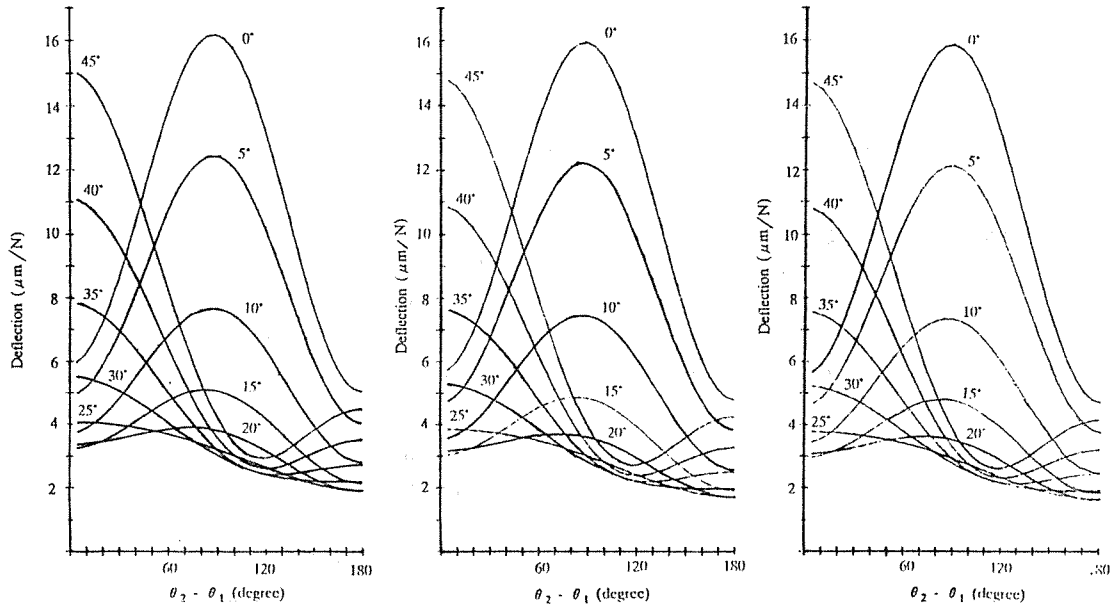
$$E_L = 207GPa$$

$$E_T = 7.85GPa$$

$$\nu_{LT} = 0.28$$

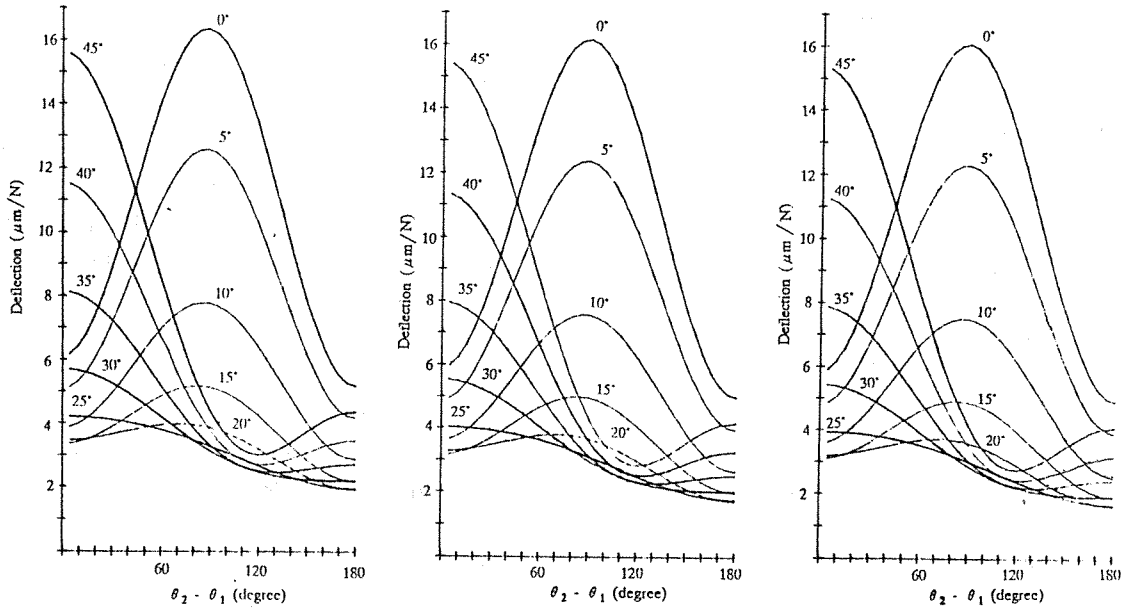
$$G_{LT} = 4.48GPa$$

이 된다. 이러한 값을 사용하여 두 팔의 단면 두께를 모두 5mm로 취하고,  $R = Q/P$ 의 값을 각각 0.5, 1.0으로 하였을 때의 팔의 여러 위치에서의 변형이 각각 그림 3과 4에 나타나 있다. 그림 3과 그림 4에서, 첫번째 팔의 Winding 각도는  $Q/P$ 의 값에 관계없이  $20^\circ$ 가 최적이고, 두번째 팔의 Winding 각도는  $10^\circ$ 나  $15^\circ$  정도로 택하여 비틀림 강성도를 어느 정도 증가시키면 되는 것을 알 수 있다.



(a) winding angle of the second arm=5° (b) winding angle of the second arm=10° (c) winding angle of the second arm=15°

Fig. 3 Unit robot arm deflection w.r.t. when Q/P=0.5



(a) winding angle of the second arm = 5° (b) winding angle of the second arm = 10° (c) winding angle of the second arm = 15°

Fig. 4 Unit arm deflection w.r.t. when Q/P=1.0

## 5. 결 론

본 연구에서 연구한 SCARA 형의 직접 구동 로봇트에 대하여 다음과 같은 결론을 얻을 수가 있다.

(1) 첫번째 팔(Upper arm)의 winding angle 은 20°가 최적이다.

(2) 두번째 팔(Fore arm)의 winding angle 은 팔의 변형에 큰 영향을 미치지 않으나, 비틀림 하중 등의 영향을 고려하여 10°나 15° 정도로 택하는 것이 바람직하다.

## 참고문헌

1. P. K. Mallick, *Fiber-Reinforced Composites*, Marcel Dekker, Inc., pp.3-4, 266(1988).
2. M. M. Schwartz, *Composite Materials Handbook*, McGraw-Hill Book Company, Chapter 7(1984).
3. E.F. Crawley and D.G. Mohr, "Experimental Measurements of Material Damping in Free Fall with Tuneable Excitation," AIAA/ASME/ASCE/AHS Conference Paper No. 83-0858-CP(1983).
4. C. Reugg and J. Habermeir, "Composite Propeller Shafts Design and Optimization," *Advances in Composite Materials, Proceedings of ICCM3, Vol. 2*, pp.1740-1755(1980).
5. Roy R. Craig, Jr., *Structural Dynamics*, John Wiley and Sons, pp. 209-210(1981).
6. Dail Gil Lee, Hyo-Chol Sin and Nam P. Suh, "Manufacturing of a Graphite Epoxy Composite Spindle for a Machine Tool," *Annals of the CIRP, Vol. 34(1)* (1985).
7. Dai Gil Lee, "Manufacturing and Testing of Chatter Free Boring Bars," *Annals of the CIRP, Vol. 37(1)* (1988).
8. H. Asada and K. Youcef-Toumi, *Direct-Drive Robots, Theory and Practice*, p. 11(1987).
9. F. Koenigsberger, *Design Principles of Metal-Cutting Machine Tools*, Macmillan Company, p.44(1964).
10. Crandall, Dahl and Lardner, *An Introduction to the Mechanics of Solids*, McGraw-Hill Book Company, Chapter 7, (1972).
11. *Kent's Mechanical Engineer's Handbook*, John Wiley and Sons. Inc. 8-29(1950).
12. R.M. Jones, *Mechanics of Composite Materials*, McGraw-Hill Book Company (1975).