

論文

초기 비틀림 각을 갖는 박벽 복합재료 보의 정적 거동 해석

박일주*, 정성남**, 홍단비***

Structural Behavior of Thin-Walled, Pretwisted Composite Beams

Il-Ju Park*, Sung Nam Jung**, Danbi Hong***

ABSTRACT

In this work, the structural response of thin-walled, composite beams with built-in twist angles is analyzed using a mixed beam approach. The analytical model includes the effects of elastic couplings, shell wall thickness, and torsion warping. Reissner's semi-complimentary energy functional is used to describe the beam theory and also to deal with the mixed-nature in the beam kinematics. The bending and torsion related warpings introduced by the non-zero pretwist angles are derived in closed-form through the proposed beam formulation. The theory is validated with available literature and detailed finite element analysis results for rectangular solid section beams with elastic couplings. Very good correlation has been obtained for the cases considered.

초 록

본 연구에서는 혼합 보 이론을 이용하여 초기 비틀림 각을 갖는 박벽 복합재료 보에 대한 정적 거동 해석을 수행하였다. 보 해석 모델은 복합재료의 연계특성 및 박벽 두께효과, 그리고 비틀림 워핑을 고려하고 있다. 보의 인장-굽힘-비틀림 정적 거동에 대한 혼합적인 요소를 효과적으로 고려함과 동시에 보의 이론 전개를 위해 Reissner의 반보존에너지 함수를 도입하였다. 초기 비틀림 각의 도입에 따른 굽힘 및 비틀림 관련 워핑함수를 특별한 가설에 의존하지 않고 엄밀하게 유도하였다. 개발된 보 이론의 신뢰성을 제고하기 위한 일환으로 탄성적으로 연계된 복합재료 보에 대해 정적 구조해석을 수행하였으며, 해석 결과를 기존의 이론 및 유한요소 해석결과와 비교하여 그 타당성을 확보하였다.

Key Words : 혼합 보(mixed beam), 박벽 보(thin-walled beam), 탄성 연계(elastic couplings), pretwist angle(초기 비틀림 각), 워핑(warpings)

1. 서 론

터빈 블레이드, 풍력 발전 블레이드, 헬리콥터 블레이드 및 톨트로터 블레이드 등은 성능 향상을 목적으로 초기 비틀림 각을 적용하여 설계하는 것이 일반적이며, 이들의 제작에 사용되는 재료는 대부분 비강성 및 비강도가 높은 첨단 복합재료이다.

세장비가 비교적 큰 블레이드 구조물에 대한 해석은 주로

1차원 보 가정을 이용하며, 보 모델에는 복합재료로 인한 탄성 연계 특성뿐만 아니라 초기 비틀림으로 인한 기하학적 연계 특성이 적절히 반영되어야만 한다. Durocher와 Kane[1]은 나선형 섬유 형태의 모델을 이용하여 균일한 초기 비틀림 각을 갖는 보에 대한 강성 행렬을 구하였으며, 인장-비틀림 및 굽힘-비틀림과 같은 다양한 연계 특성을 고려하였다. 끝단 변위 및 비틀림 각을 유한요소 프로그램 결과와 비교하여 모델의 타당성을 보였다. Rosen[2]은 초기 비틀림 각을 고려한 기

* 건국대학교 대학원 항공우주정보시스템공학과

** 건국대학교 항공우주정보시스템공학과, 교신저자(E-mail:snjung@konkuk.ac.kr)

*** 한국항공우주연구원

존 연구들의 폭넓은 고찰과 더불어 초기 비틀림 각을 갖는 구조 요소의 정적, 동적 그리고 안정성에 관한 연구를 수행한 바 있다. Hodges[3]는 초기 비틀림 각을 갖는 보의 경우 인장 하중 하에서 인장 변형과 비틀림 변형의 연성이 존재하며, 초기 비틀림 각이 커질수록 비틀림 강성이 증가함을 보였다.

본 연구에서는 복합재료의 탄성 연계뿐만 아니라 초기 비틀림 각과 같은 기하학적 특성이 고려된 1차원 보에 대한 모델링 기법을 개발하였다. 기존의 수행한 연구가 단면에 대한 유한요소 모델링이 필요하거나[1,3] 등방성 재료의 보에 대한 해석만을 수행할 수 있는 한계가 있는 점[2]에 비해 본 연구는 복합재료 연성이 있는 임의의 형상의 블레이드에 대해 해석적인 방법으로 문제를 해결하는 특징이 있다. 이를 위해 Reissner의 반보존 에너지 함수를 이용하였으며, 상용 구조 해석 프로그램인 MSC/Nastran을 이용한 비교 연구를 통하여 초기 비틀림 각의 변화에 따른 구조물의 정적 특성을 살펴보았다.

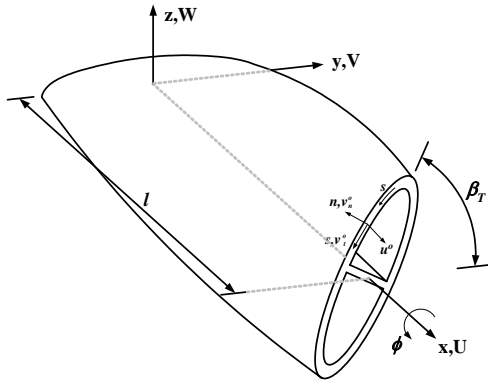


Fig. 1 Geometry and Coordinate Systems of Beams with Pretwist Angle.

2. 이 론

Fig. 1은 초기 비틀림각(β_T)을 갖는 길이가 l 인 박벽 보의 좌표계 및 변위 성분들을 보여주고 있다. 보의 변형 성분은 인장방향 변위(U), 수평방향 변위(V), 수직방향 변위(W), 그리고 비틀림 변형(ϕ)으로 표현되며, 2차원 각 요소의 변형 성분은 단면 벽에 대한 곡선 좌표계를 이용하여 v_t 와 v_n 으로 각각 표현된다. 단면 벽에서 임의의 지점에 대한 곡부 변형은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= u^0 + n\psi_x \\ v_t &= v_t^0 + m\psi_s \\ v_n &= v_n^0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 ψ_x, ψ_s 는 보 단면의 x 및 s 방향으로의 회전 성분이다. 임의의 지점에서의 변형율-변위 관계식과 기하학적인 고찰에 입각하여 2차원 변형 성분들을 1차원 보의 변위(V, W)와 회전 성분(ϕ)으로 기술하면 다음과 같다[4].

$$\begin{aligned} v_t^0 &= Vy_{,s} + Wz_{,s} + \gamma\phi \\ v_n^0 &= Vz_{,s} + Wy_{,s} - q\phi \\ \psi_s &= \phi \\ \psi_x &= \gamma_{x,n} - v_{n,x}^0 \end{aligned} \quad (2)$$

식(2)에서 $(\cdot)_{,s}$ 와 $(\cdot)_{,x}$ 는 각각 s 와 x 에 대한 편미분을 나타내며, r 과 q 는 단면내 임의의 지점에 대한 s 및 n 축상의 거리를 나타낸다. 임의의 지점에서의 변형율-변위 관계식과 식(2)를 이용하여 단면 벽의 변형율을 변위의 함수로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= u_{,x}^0 \\ \gamma_{xs} &= u_{,s}^0 + V_{,x}y_{,s} + W_{,x}z_{,s} + \gamma\phi_{,x} \\ \kappa_{xx} &= \beta_{z,x}z_{,s} - \beta_{y,x}y_{,s} + q\phi_{,xx} \\ \kappa_{xs} &= 2\phi_{,xs} \end{aligned} \quad (3)$$

초기 비틀림을 고려하지 않은 보에 대한 인장방향 변위는 식(3)의 γ_{xs} 를 s 에 대하여 적분을 하여 구할 수 있으며 다음과 같다.

$$u^0 = U_{,x} + y\beta_{z,x} + z\beta_{y,x} - \bar{\omega}\phi_{,x} \quad (4)$$

식(4)에서 $\bar{\omega}$ 는 단면의 워핑 함수로서 단면의 비틀림과 단면 벽의 비틀림에 관한 식으로 구성되어 있으며, 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\bar{\omega} = \int_0^s \left(r - \frac{F_s}{t} \right) ds \quad (5)$$

여기에서 t 는 단면 벽의 두께이며, F_s 는 단면 벽의 폐곡선 전단흐름을 나타낸다.

단면 벽을 2차원 각 요소로 가정한 1차원 보에서 원환 응력을 무시($N_{ss} = 0$)한 다음 고전 적층판 이론의 구성방정식을 반 역변환 형태로 재구성하면 다음과 같이 쓸 수 있다[4].

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ M_{xx} \\ M_{xs} \\ \gamma_{xs} \\ \kappa_{xs} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{n\epsilon} & A_{n\kappa} & A_{n\phi} & A_{n\gamma} & A_{n\tau} \\ A_{n\kappa} & A_{m\kappa} & A_{n\phi} & A_{m\gamma} & A_{m\tau} \\ A_{n\phi} & A_{m\phi} & A_{\phi\phi} & A_{\phi\gamma} & A_{\phi\tau} \\ -A_{n\gamma} & -A_{m\gamma} & -A_{\phi\gamma} & A_{\gamma\gamma} & A_{\gamma\tau} \\ -A_{n\tau} & -A_{m\tau} & -A_{\phi\tau} & A_{\gamma\tau} & A_{\tau\tau} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \kappa_{xx} \\ \kappa_{xs} \\ N_{xs} \\ M_{ss} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

식(6)과 같이 표현된 구성방정식을 고려하기 위하여 Reissner[5]가 제안한 반보존 에너지 함수를 사용하였다.

$$\Phi_R = \frac{1}{2} (N_{xx}\epsilon_{xx} + M_{xx}\kappa_{xx} + M_{xs}\kappa_{xs} - \gamma_{xs}N_{xs} - \kappa_{ss}M_{ss}) \quad (7)$$

식(7)을 보에 대한 변분 형태로 표현하면 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\delta \int_L \Phi [\Phi_R + \gamma_{xs}N_{xs} + \kappa_{ss}M_{ss}] ds dx = 0 \quad (8)$$

초기 비틀림 각이 있는 복합재료 보의 경우 인장 변형률에 관계된 식을 초기 비틀림률(k_1)로서 표현할 수 있다. 초기 비틀림이 고려된 인장변형에 대한 표현은 식(6)과 식(3)에 나타난 전단변형을 성분식을 이용하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u^0 = U + y\beta_z + z\beta_y - [\tilde{g}] \{q_b\} \quad (9)$$

여기에서

$$[\tilde{g}] = [g_1 \quad g_2 \quad g_3 \quad g_4 \quad g_5]$$

$$= \int_0^s \begin{bmatrix} -A_{n\gamma} + A_{\gamma\gamma}f_x + A_{\gamma\tau}g_x \\ -A_{n\gamma}z + A_{m\gamma}y_s + A_{\gamma\gamma}f_y + A_{\gamma\tau}g_y \\ -A_{n\gamma}y - A_{m\gamma}z_s + A_{\gamma\gamma}f_z + A_{\gamma\tau}g_z \\ -2A_{\phi\gamma} + A_{\gamma\gamma}f_\phi + A_{\gamma\tau}g_\phi - r \\ -A_{n\gamma}\omega - A_{m\gamma}g + A_{\gamma\gamma}f_\omega + A_{\gamma\tau}g_\omega \end{bmatrix} ds \quad (10)$$

한편 식(9)에서 보의 일반화 좌표 $\{q\}$ 는

$$\{q_b\} = [U_{,x} \beta_{y,x} \beta_{z,x} \phi_{,x} \phi_{,xx}]^T \quad (11)$$

와 같으며, 식 (9)를 x 에 대하여 미분하면 초기 비틀림이 고려된 인장방향 변형률에 관한 표현을 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$u_{,x}^0 = U_{,x} + z\beta_{y,x} + y\beta_{z,x} - k_1 [z\tilde{g}_{,y} - y\tilde{g}_{,z}] \{q_b\} \quad (12)$$

여기에서 k_1 은 초기 비틀림률로서 다음과 같이 표현된다.

$$k_1 = \frac{d\beta_T}{dx} \quad (13)$$

여기서 β_T 는 전체 비틀림 각을 나타낸다.

단면 강성행렬은 식(8)을 이용하여 구할 수 있다. 이를 행렬 형태로 정리하여 나타내면 다음과 같다.[6]

$$\delta \frac{1}{2} \int_0^L [\{q_b\}^T [T]^T [C] [T] \{q_b\}] dx = 0 \quad (14)$$

여기에서 $[T]$ 는 식(3)과 (9)를 이용해 구성된 변위 벡터의 계수 행렬을 나타내며, $[C]$ 는 식(6)에 기술된 구성 관계식이다. 위 식으로부터 복합재료 보의 거동을 기술할 수 있는 힘-변위 관계식을 구할 수 있으며, 최종적인 수식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \\ T_s \\ M_\omega \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} \\ K_{12} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} & K_{34} & K_{35} \\ K_{14} & K_{24} & K_{34} & K_{44} & K_{45} \\ K_{15} & K_{25} & K_{35} & K_{45} & K_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{,x} \\ \beta_{y,x} \\ \beta_{z,x} \\ \phi_{,x} \\ \phi_{,xx} \end{Bmatrix} \quad (15)$$

여기서 N 은 인장력, M_y 와 M_z 는 각각 플랩 및 래그 방향 굽힘모멘트, T_s 는 St. Venant 토오르크, 그리고 M_ω 는 Vlasov 워핑 모멘트이다. 탄성 연계가 없는 등방성 재료로 된 보의 경우에는 식(15)의 강성행렬에서 대각 요소를 제외하고는 모두 “0”이 되지만 초기 비틀림 각이 있는 경우에는 등방성 보인 경우에도 인장-비틀림 연계 특성으로 인하여 K_{14} 의 값이 존재하게 된다. 이러한 연성은 순수하게 기하학적 요인에 의해서 발생하며, 단면의 워핑과 밀접한 관련이 있는 관계로 단면의 역학적 거동을 고려하여 제대로 기술할 필요가 있다.

3. 해석결과

이상의 정식화 과정을 토대로 개발된 보 해석 모델의 타당성을 검증하기 위해 먼저 초기 비틀림 각을 갖는 사각단면 보에 대한 전산수치 모사연구를 수행하였다. 여기에 사용된 보의 형상은 Fig. 2에 나타냈다. 보의 제원은 각각 길이 76.2 mm, 폭 25.4 mm, 두께는 2.54 mm이며, 초기 비틀림각은 끝단을 기준으로 68.8°이다. 사용된 보의 물성치는 Table 1에 보였다.

Table 1 Geometry and Material Properties of Rectangular Solid Section Beam.

Properties	Values
E	203.4 GPa
G	75.1 GPa
ν	0.3532
β_T	68.8°

Fig. 3은 보의 끝단에 참고문헌[1]의 조건과 동일한 인장 하중 22,250 N을 가했을 때의 인장 방향 변위와 유도(induced) 비틀림 각을 구하여 Durocher와 Kane[1]의 결과 및 MSC/NASTRAN의

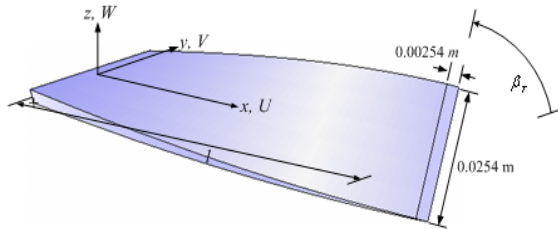


Fig. 2 Rectangular Solid Beam with Pretwist Angle.

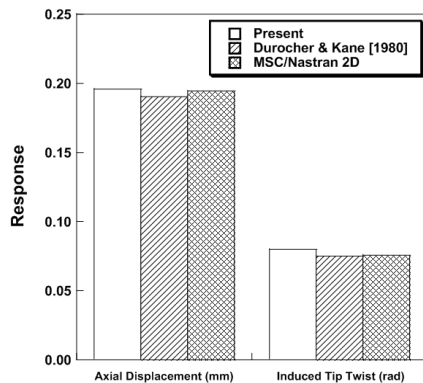


Fig. 3 Comparison of Response for Pretwisted Rectangular-solid Beam under Tip Tension (22,250 N).

2차원 유한요소해석 결과와 서로 비교한 것이다. MSC/NASTRAN의 유한요소 모델에는 200개의 2차원 각(shell) 요소(CQUAD4)가 사용되었으며, 끝단에 균일한 하중이 가해지도록 다중점 구속을 사용하였다. 그림에서 보는 바와 같이 본 연구 결과는 기존의 이론 값 및 상용 유한요소해석 결과와 비교하여 서로 잘 부합하는 결과를 나타내고 있으며, 보의 직접 및 연계 거동을 비교적 정확히 예측하고 있다. 주지할 사항은 유도 비틀림 각은 인장하중에 대해 음의 방향으로(untwist) 연계 되나 그림에서는 편의상 같은 부호로 표시하여 나타냈다는 점이다. 계산의 정밀도는 상용 유한요소해석 결과 대비 최대 3%의 오차범위 내에 분포하여 초기 비틀림각 효과를 매우 효과적으로 기술하고 있음을 알 수 있다. 계속하여 Fig. 4는 끝단에 22.6 N·m의 토크가 작용하는 경우에 대한 끝단 비틀림 및 유도 변위에 대한 본 해석 결과를 Durocher와 Kane[1] 및 MSC/NASTRAN을 이용한 유한요소해석 결과와 비교하여 도시한 결과이다. 앞선 내용과 유사하게 비틀림 하중에 대한 직접 및 유도 거동을 정확히 예측하고 있음을 보여주고 있다.

이상에서 살펴본 기하학적 연계특성 이외에도 재료의 이방성에 의한 탄성연계가 부가될 경우 보의 해석은 보다 복잡한 양상으로 전개된다. 이 경우 서로 다른 연계특성이 보의 거동에 미치는 영향을 사전에 면밀히 파악할 필요가 있다. 이를 위해 복합재료로 구성된 사각단면 보를 예로 들어 보자. 이때 단면에 대한 제원은 Fig. 2에 제시된 바와 같으며, 길이는 0.254 m 이다.

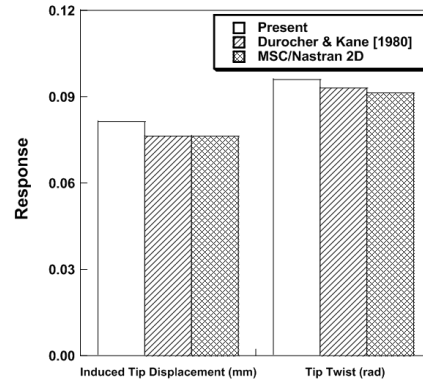


Fig. 4 Comparison of Response for Pretwisted Rectangular-solid Beam under Tip Torque (22.6 N-m).

Table 2 Material Properties of AS4/3501-6 Graphite/epoxy Lamina.

Properties	Values
E_{11}	142 GPa
E_{22}	9.8 GPa
G_{12}	6.14 GPa
ν_{12}	0.42
t	0.000176 m

사용된 재료는 AS4/ 3501-6 흑연/에폭시 복합재료로서 이의 기계적 물성값은 Table 2에 나타났다. 복합재료 보는 인장-비틀림 탄성 연계를 얻을 수 있도록 $[\theta_3/-\theta_3]$ 로 적층하였다. 이러한 적층 형태는 인장 하중 작용시 양의 방향(반시계 방향)의 비틀림이 발생하는 탄성 연계 특성이 있으며, 초기 비틀림 각이 양의 값인 경우 음의 방향으로의 비틀림 연계 특성을 보이게 된다. 해당 모델에서 하중은 끝단에 단위 하중을 가하였다.

Fig. 5는 복합재료의 적층각 θ 가 30° 인 보에서 초기 비틀림 각의 변화에 따른 끝단 비틀림 변위 거동을 도시한 결과이다. 비교를 위하여 MSC/NASTRAN을 이용한 2차원 유한요소 해석 결과를 같이 나타냈다. 비교결과 서로 약 5% 정도의 오차범위 내에서 일치하는 해석결과를 얻을 수 있었다. 그림에 나타난 바와 같이 초기 비틀림각이 증가함에 따라 끝단 비틀림 변위가 작아지는 경향을 보이는데 이는 재료의 이방성에 의한 인장-비틀림 연계 효과에 의한 것으로 설명할 수 있다.

Fig. 6은 끝단 단위 토크 하중이 작용하는 경우 초기 비틀림 각 유무에 따른 직접 거동의 해석 결과를 나타낸 것이다. 초기 비틀림각이 없는 경우에는 복합재료 적층각 45° 를 기준으로 좌우 대칭적인 비틀림 거동을 보인다. 초기 비틀림각이 60° 인 경우에는 복합재료의 인장-비틀림 연계특성으로 인하여 최대 30% 정도 경직된 거동을 보여주고 있다. 이러한 초기 비틀림 각 효과는 비틀림 강성이 가장 큰 적층각 45° 부근에서 최소가 되며, 비틀림 강성이 가장 낮은 0° 에서 최대의 값을 갖는다.

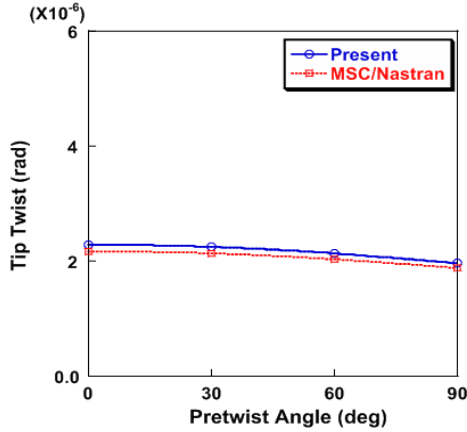


Fig. 5 Effect of Pretwist Angles on Tip Twist for Composite Beams Subjected to unit Tip Torque Load([30_s/-30_s]).

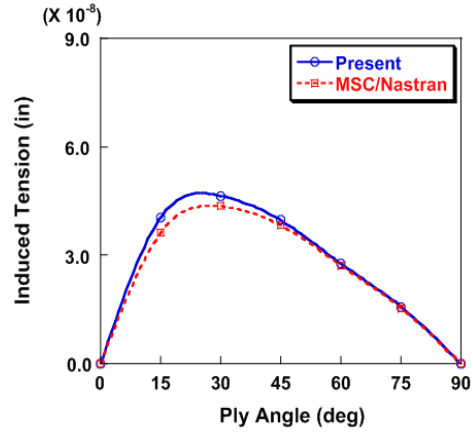


Fig. 7 Induced tip response of composite rectangular solid section beams undergoing unit tip torque load with changing fiber orientation angles ($\beta_T=0^\circ$).

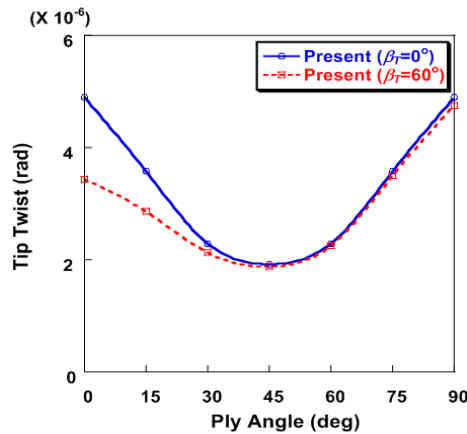


Fig. 6 Response of tip twist for composite rectangular solid section beams undergoing unit tip torque load with changing fiber orientation angles.

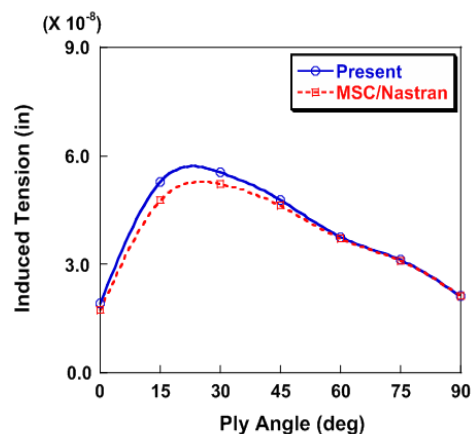


Fig. 8 Induced tip response of composite rectangular solid section beams undergoing unit tip torque load with changing fiber orientation angles($\beta_T=30^\circ$).

Fig. 7과 Fig. 8은 각각 초기 비틀림각이 0°와 30°인 사각단면 형상을 갖는 복합재료 보에 끝단 토크가 작용하는 경우 유도되는 인장 변위를 복합재료 적층각의 함수로 나타내어 도시한 결과이다. 본 1차원 보의 해석결과는 MSC/NASTRAN을 이용하여 얻은 2차원 유한요소 해석결과와 비교하였다. 예상하는 바와 같이 적층각 0°와 90°에서는 재료의 이방성에 기인하는 인장-비틀림 연계는 없으며, 따라서 초기 비틀림각이 0°인 경우에는 비틀림 하중에 의해 유도되는 인장변위는 발생하지 않게 된다(Fig. 7). 하지만 초기 비틀림각이 30°인 경우에는 기하학적인 인장-비틀림 연계 특성이 존재함으로 인하여 복합재료의 적층각이 0°와 90°인 경우에도 비틀림 하중에 의해 유도되는 인장변위가 발생한다(Fig. 8). 혼합 보 이론을 적용하여 구한 본 해석결과는 상용 유한요소해석 코드인 MSC/ NASTRAN의 2차원 유한요소 해석결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 혼합 보 이론을 적용하여 초기 비틀림각을 갖는 복합재료 보의 탄성 거동을 기술할 수 있는 모델링 기법을 개발하였다. 보 해석 모델은 복합재료의 연계특성 및 박벽 두께효과, 그리고 비틀림 워핑을 고려하고 있으며, 초기 비틀림 각의 도입에 따른 굽힘 및 비틀림 관련 워핑함수를 해석적으로 엄밀하게 유도하였다. 본 해석결과는 기존의 문헌 및 다차원 상용 유한요소 해석결과와 비교하였으며 정량적으로 타당함을 보였다. 또한 초기 비틀림각의 도입에 따른 기하학적인 인장-비틀림 연계특성과 복합재료 적층각의 변화에 따른 탄성 연계 특성의 변화양상을 종합적으로 고찰하였으며, 이러한 연계특성들을 적절히 모델링하여 해석할 필요가 있음을 보였다.

본 연구는 대형 초기 비틀림 각을 고려한 인장-비틀림 연계특성에 대해 해석한 연구로서, 추후 굽힘-굽힘 연계 특성 및 테이퍼와 같은 비균일 보의 해석으로 그 내용을 확장할 예정이다.

후 기

이 논문은 2006년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2006-D00097). 동 연구는 산업자원부 한국형헬기 민군겸용구성품개발사업(KARI주관) 위탁연구결과 중 일부임.

참고문헌

- 1) Durocher, L. L., and Kane, J., "A Preliminary Design Tool for Pretwisted, Tapered Beams for Turbine Blades," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 102, Oct. 1980, pp. 742-748.
- 2) Rosen, A., "Structural and Dynamic Behavior of Pretwisted Rods and Beams," *Applied Mechanics Review*, Vol. 44, No. 12, Part 1, 1991, pp. 483-515.
- 3) Hodges, D. H., "Torsion of Pretwisted Beams Due to Axial Loading," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 47, 1980, pp. 393-397.
- 4) Jung, S. N., Nagaraj, V. T., and Chopra, I., "Refined Structural Model for Thin- and Thick-Walled Composite Blades with Elastic Couplings," *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 1, Jan. 2002, pp. 105-116.
- 5) Ressiner, E., "On a Certain Mixed Variational Theorem and a Proposed Application," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 20, pp. 1366-1368.