

論文

복소계수를 이용한 복합적층판의 진동 및 감쇠에 대한 유한요소해석

구교남* · 이 인*

Finite Element Analysis for Vibration and Damping of Composite Laminates Using Complex Moduli

Kyo-Nam Koo* and In Lee*

ABSTRACT

The shear deformable plate theory is applied to a vibration and damping analysis of fiber-reinforced composite laminates. The complex eigenvalue problem based on the linear viscoelasticity is formulated by finite element method. A modal approach is introduced to save computation time by reducing the large degrees of freedom of the complex eigenvalue problem using finite element method. The developed computer program can predict the natural frequencies, the modal loss factors and the complex modal vectors. The effect of the fiber orientation on the natural frequencies and the modal loss factors is investigated.

초 록

복합적층판의 진동 및 감쇠해석을 위해 횡전단변형 판이론을 적용하였다. 유한요소법을 이용하여 선형 점탄성 이론에 기초한 복소수 고유치문제를 수식화하였다. 유한요소법을 사용할 때 복소수 고유치문제는 자유도가 매우 커 비효율적이므로 modal approach로 계산시간을 대폭 감소시켰다. 개발된 프로그램은 복합적층판의 고유진동수, modal 손실계수 그리고 복소수 고유벡터를 계산할 수 있다. 적층각에 따른 고유진동수와 modal 손실계수의 변화를 관찰하였다.

1. 서 론

일반적으로 고강도 물질은 낮은 감쇠량을 가지며, 감쇠량이 큰 물질은 강도가 낮으며 기계적 성질이 좋지 못하다. 그러나 고등복합재료는 비강도, 비강

성이 좋을 뿐만 아니라 섬유로부터 고강도를, 기지로부터 고감쇠를 얻을 수 있는 장점이 있어 고속 비행체, 항공우주 구조물, 로켓트, 터빈 블레이드 등 적용분야가 날로 증가하는 추세에 있다. 특히 복합재료의 감쇠가 항공 우주 구조물에서 중요한

* 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

이유중의 하나는 구조물의 공진을 제어하여 반복하중하의 응답변위를 작게 함으로써 피로수명을 늘리는데 있다[1].

복합재료의 감쇠를 일으키는 메카니즘(mechanism)은 섬유와 기지 각각의 내부마찰 즉 히스테리시스(hysteresis)에 의한 것과 섬유와 기지의 접착면에서의 미끄러짐(slip)에 의한 것이 있다. 또한 감쇠량은 특정한 섬유방향과 변형형태에 따라 좌우되는 특성을 갖는다. 단순한 복합재료 구조물 즉 적층판과 적층셀의 동적특성에 대한 연구는 주로 감쇠를 무시한 자유진동해석에 중점적으로 수행되어 왔으나, 고등복합재료는 다른 기존의 금속재료보다 감쇠량이 클 뿐만 아니라 앞에서 서술한 구조물들은 온도가 높은 환경하에서 운용되므로 기계적 거동이 상온에서와는 다른 양상으로 나타나며 중합체 기지(polymer matrix)는 점탄성영향이 강해져 감쇠량은 더욱 더 크게 된다. 특히 점탄성거동은 분자의 결합형태에 따라 좌우되며 열경화성수지와는 결합형태가 다른 PEEK등 열가소성수지가 개발, 대체되고 있으므로 이러한 재료의 감쇠에 대한 연구가 요구된다.

복합적층판의 진동특성은 많이 연구되어 왔으나 감쇠에 대한 연구는 매우 적은 실정이다. Gibson과 Plunkett[2]는 섬유강화 복합재료의 동적특성에 대한 실험적, 해석적 방법을 정리하였다. Bett[3]는 구조물의 감쇠특성을 나타낼 수 있는 다양한 수학적 모델링과 실험방법을 기술하였으며, 그 상관관계를 정리하였다. Hashin[4]은 섬유강화 복합재료를 점탄성으로 모델링하여 섬유와 기지의 기계적 특성으로부터 복소계수(complex modulus)를 계산하는 일반적인 이론을 제안하였다. Lin, Ni와 Adams[5]는 횡전단변형이론을 적용시킨 유한요소법으로 4단 자유경계조건을 갖는 복합적층판의 고유진동수, 모우드형상을 구하였으며 모우드의 변형률에너지로부터 비감쇠용량(specific damping capacity)를 계산하고 실험치와 비교하였다. Alam과 Asnani[6]는 복합적층판에 횡전단변형이론을 적용시켜 복소계수를 사용하여 급수해를 구하였다. 그러나 그들은 예각적층판(angle-ply laminate)를 직교이방성으로 가정하여 휨과 비틀림의 연성(coupling)을 무시하였으며,

섬유방향의 물성치는 탄성체로 그 이외의 물성치는 점탄성체로 가정하였다. Malhotra, Ganesan 그리고 Veluswami[7]는 얇은 직교이방성 삼각평판을 고정단과 자유단을 변화시켜가며 섬유방향의 변화에 따른 진동 및 감쇠효과를 관찰하였다. Bicos와 Springer[8]는 횡전단변형을 고려한 복합재료 셀의 감쇠-자유 진동해석을 위한 수식화를 수행하였으며 감쇠해석은 Lin등이 사용한 비감쇠용량의 개념을 도입하였다.

본 연구에서는 복합적층판의 진동 및 감쇠해석을 위해 복소계수를 도입한 점탄성이론에 기초하여 횡전단변형 판이론의 유한요소 수식화를 수행하였다. 복소계수를 도입한 진동 및 감쇠 해석문제는 최종적으로 복소수 고유치문제가 되며, 유한요소법을 사용한 경우에는 자유도는 매우 크게 되므로 계산시간이 오래 걸려 비감쇠용량을 계산하는 방법에 비해 비효율적이다. 이런 단점을 보완하기 위해 항공기 날개의 플러터해석에 많이 사용하는 modal approach를 도입하여 계산시간을 대폭 감소시켰다. 개발된 프로그램은 고유진동수, modal 손실계수, 그리고 모우드형상 등을 구할 수 있다. 계산의 검증은 4단 자유경계조건을 갖는 복합재료 평판에 대해 Lin 등의 결과와 비교하였으며, 적층각과 변형모우드가 감쇠특성에 미치는 효과를 관찰하였다. 또한 섬유방향의 손실계수는 무시하고 그 이외의 손실계수는 기지의 값을 사용한 경우에 modal 손실계수가 실제의 경우를 얼마나 잘 근사할 수 있는가에 대한 연구를 수행하였다.

2. 이 론

2-1. 적층판의 복소계수

감쇠는 모든 물질에 존재하는 고유한 성질중의 1로써 에너지소산의 직접적인 원인을 제공하며 공진주파수 부근에서의 동적응답은 감쇠량에 따라 크게 좌우된다. 감쇠를 크게 4가지 정도로 분류하면 다음과 같다. 첫째는 재료감쇠(material damping)로써 물질에 내재하는 가장 기본적인 최소한의 것이다. 둘째는 구조감쇠(structural damping)로 2

개 이상의 구조요소가 진동하는 동안 발생한다. 세째는 유체내에서 운동할 때 생길 수 있는 점성감쇠(viscous damping)이며, 마지막으로 마찰에 의한 Coulomb감쇠가 있다[9]. 감쇠의 정의는 측정방법에 따라 여러가지로 분류될 수 있으며 그들의 관계는 다음과 같다.

$$\eta = \frac{\Psi}{2\pi} = \frac{E'}{E^R} = \tan\gamma = 2\zeta = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\omega_n^2} \dots\dots (1)$$

여기서 η 와 Ψ 는 각각 손실계수와 비감쇠용량이며 E^R 과 E' 는 복소계수의 실수부와 허수부이다. 그리고 $\tan \gamma$ 는 손실탄젠트이다.

직교이방성 복합재료의 경우 복소계수는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} E_1^* &= E_1(1+i\eta_1), & E_2^* &= E_2(1+i\eta_2), \\ G_{12}^* &= G_{12}(1+i\eta_{12}), & G_{13}^* &= G_{13}(1+i\eta_{13}), \\ G_{23}^* &= G_{23}(1+i\eta_{23}) & & \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

복합적층판은 여러 각도를 갖는 단층으로 구성되며, Fig.1에서와 같이 섬유방향을 x 축에 대해 θ 만큼 회전시켰을 때 구성방정식은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k &= \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^* & \bar{Q}_{12}^* & \bar{Q}_{16}^* \\ \bar{Q}_{12}^* & \bar{Q}_{22}^* & \bar{Q}_{26}^* \\ \bar{Q}_{16}^* & \bar{Q}_{26}^* & \bar{Q}_{66}^* \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k, \\ \begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}_k &= \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44}^* & \bar{Q}_{45}^* \\ \bar{Q}_{45}^* & \bar{Q}_{55}^* \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}_k \quad (3) \end{aligned}$$

2-2. 적층판의 유한요소식

적층판이론에서 횡전단변형이 중요하게 고려되어야 되는 가장 큰 이유는 다음과 같다. 첫째로 두께대 길이비가 증가할수록, 둘째로 인장계수 대 전단계수의 비가 클수록, 세째로 진동모우드의 차수가 클수록 그 효과가 크게 나타난다[2]. 또한 감쇠는 복합재료의 전단변형에 의해 크게 좌우되므로 본

연구는 횡전단변형을 고려하는 Mindlin의 평판이론을 이방성적층판에 확장시킨 YNS이론을 사용한다[10]. 부가적으로 횡전단변형이론은 C^0 요소를 사용할 수 있으므로 수식화가 간단하다는 장점이 있다. 횡전단변형이론에 의한 변위장은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(x,y,z) &= u_0(x,y) + z\phi_x(x,y) \\ v(x,y,z) &= v_0(x,y) + z\phi_y(x,y) \\ w(x,y,z) &= w(x,y) \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

여기서 u, v, w 는 각각 x, y, z 방향으로의 변위이며 ϕ_x, ϕ_y 는 각각 $x-z, y-z$ 면에서의 회전각이고, 하첨자 0는 중립면에서의 값을 나타낸다. 식(4)를 이용하여 변형율을 구한 뒤 식(3)에 대입하여 응력을 두께방향으로 적분하면 합력, 합모멘트, 그리고 횡방향전단력을 얻는다. 본 연구에서는 대칭적층판을 고려하므로 필요한 합력성분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* & D_{16}^* \\ D_{12}^* & D_{22}^* & D_{26}^* \\ D_{16}^* & D_{26}^* & D_{66}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{x,x} \\ \phi_{y,y} \\ \phi_{x,y} + \phi_{y,x} \end{Bmatrix}, \\ \begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{44}^* & A_{45}^* \\ A_{45}^* & A_{55}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_{,y} + \phi_y \\ w_{,x} + \phi_x \end{Bmatrix} \quad (5) \end{aligned}$$

여기서 D_{ij}^* 는 휨강성계수이며, 횡전단강성계수 A_{ij}^* 는 횡전단응력을 포물선형태로 가정하면 다음과 같다[11].

$$D_{ij}^* = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\bar{Q}_{ij}^*)_k z^2 dz \quad i, j = 1, 2, 6 \dots (6)$$

$$A_{ij}^* = \frac{5}{4} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij}^*)_k \left[(z_k - z_{k-1}) - \frac{4}{3h^2} (z_k^3 - z_{k-1}^3) \right], \quad i, j = 4, 5$$

체적력과 하중을 무시하여 운동방정식을 모멘트와 횡전단력으로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = P \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \dots\dots\dots (7.a)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = I \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} \dots\dots\dots (7.b)$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = I \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} \dots\dots\dots (7.c)$$

여기서 P와 I는 복합적층판의 밀도 ρ로써 표현된다.

$$(P, I) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (1, z^2) \rho \, dz$$

식(5)를 식(7)에 대입하고 단순조화운동으로 가정하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & [A_{45}^* (w_{,y} + \phi_y) + A_{55}^* (w_{,x} + \phi_x)],_x \\ & + [A_{44}^* (w_{,y} + \phi_y) + A_{45}^* (w_{,x} + \phi_x)],_y \\ & = -\lambda^* P w \dots\dots\dots (8.a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [D_{11}^* \phi_{x,x} + D_{12}^* \phi_{y,y} + D_{16}^* (\phi_{x,y} + \phi_{y,x})],_x \\ & + [D_{16}^* \phi_{x,x} + D_{26}^* \phi_{y,y} + D_{66}^* (\phi_{x,y} + \phi_{y,x})],_y \\ & - A_{45}^* (w_{,y} + \phi_y) - A_{55}^* (w_{,x} + \phi_x) \\ & = -\lambda^* I \phi_x \dots\dots\dots (8.b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [D_{16}^* \phi_{x,x} + D_{26}^* \phi_{y,y} + D_{66}^* (\phi_{x,y} + \phi_{y,x})],_x \\ & + [D_{12}^* \phi_{x,x} + D_{22}^* \phi_{y,y} + D_{26}^* (\phi_{x,y} + \phi_{y,x})],_y \\ & - A_{44}^* (w_{,y} + \phi_y) - A_{45}^* (w_{,x} + \phi_x) \\ & = -\lambda^* I \phi_y \dots\dots\dots (8.c) \end{aligned}$$

유한요소식을 얻기 위해 평판을 유한요소 Ω_e(e=1,2,…)로 나누고 각 요소를 다음과 같이 보간한다.

$$w = \sum_{i=1}^n w_i \Psi_i \quad \phi_x = \sum_{i=1}^n \phi_{xi} \Psi_i \quad \phi_y = \sum_{i=1}^n \phi_{yi} \Psi_i \dots\dots\dots (9)$$

여기서 Ψ_i는 Lagrange 함수이며 n은 요소내의 절점수이다. 가중함수도 Ψ_i로 택하여 식(8)의 유한요소식을 만들면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [K^{*11}] & [K^{*12}] & [K^{*13}] \\ & [K^{*22}] & [K^{*23}] \\ \text{sym.} & & [K^{*33}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{w\} \\ \{\phi_x\} \\ \{\phi_y\} \end{Bmatrix} \\ & - \lambda^* \begin{bmatrix} [M^{11}] & [0] & [0] \\ & [M^{22}] & [0] \\ \text{sym.} & & [M^{33}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{w\} \\ \{\phi_x\} \\ \{\phi_y\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

여기서 λ*는 복소고유치이며 [K*]는 강성행렬이고 [M]은 질량행렬이다.

식(10)은 차수가 매우 큰 복소수 고유치문제이므로 계산시간이 오래걸려 비효율적이다. 따라서 modal approach를 사용하여 식(10)의 차수(dimension)을 줄일 수 있다.

$$[K^* - \lambda^* M]u = 0 \dots\dots\dots (11)$$

Φ를 자유진동계의 modal matrix라고 하면 u를 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$u = \Phi q \dots\dots\dots (12)$$

여기서 Φ는 N개의 고유벡터를 취한 경우 q는 N×1 벡터가 된다. 식(12)를 이용하면 식(11)은 다음과 같이 된다.

$$[\bar{K}^* - \lambda^* \bar{M}]q = 0 \dots\dots\dots (13)$$

여기서 $\bar{K}^* = \Phi^T K^* \Phi$ 이고 $\bar{M} = \Phi^T M \Phi$ 이다. 결과적으로 식(13)은 N×N 고유치문제로 차수가 대폭 감소되었다. 식(13)을 계산함으로써 각 모우드의 고유진동수 ω_n과 modal 손실계수 η_n를 다음식으로 구할 수 있다.

$$\omega_n^2 = \text{Re}[\lambda_n^*] \quad \eta_n = \frac{\text{Im}[\lambda_n^*]}{\text{Re}[\lambda_n^*]} \dots\dots\dots (14)$$

강성행렬 및 질량행렬은 Gauss 적분을 이용하여 구할 수 있으며 강성행렬에서 횡방향 전단변형을 포함하는 항(A₄₄*, A₄₅*, A₅₅*)가 곱해지는 항은 평판이 얇아수록 shear locking 현상이 발생하므로 감

소적분 (reduced integration)을 수행한다. 사용된 요소는 C^0 9절점 isoparametric 요소를 사용하였으며, 따라서 Gauss 적분은 3×3 을 취하였고 감소적분은 2×2 를 택하였다.

3. 계산결과 및 검토

본 연구에서 사용된 좌표계는 Fig. 1에 있으며, 계산에 사용한 물성치는 Lin등이 사용한 자료를 이용하였다. Table 1에 그 물성치를 나타내었는데 HMS/DX-210은 CFRP이며 DX-210/BF400은 에폭시 수지이다. $\eta_{13} = \eta_{12}$ 이고 적층각이 90° 인 보의 비틀림 손실계수인 η_{23} 는 η_{12} 와 같은 값을 이용하였다.

Table 2에는 사용된 복합적층판의 제원을 나타내었는데 여기서 Plate no.는 Lin등의 논문[5]과 동일하다. 계산은 9절점요소를 사용하였으며 수렴성을 검증하기 위해 Plate 762의 요소수를 증가시키며 고유진동수를 계산하였으며 그 결과를 Fig. 2에 나타내었다. 고유진동수는 6×6 요소를 사용한 경우의 각 모드드의 고유진동수로 무차원화하였으며 5×5 요소를 사용하였을때 6번째 모드드까지 잘 수렴된 것으로 볼 수 있어 본 계산에서는 5×5 요소를 사용하였다.

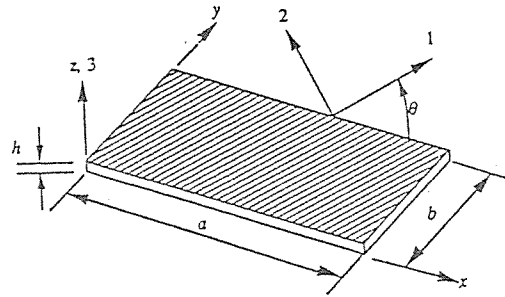


Fig. 1. Coordinate Systems of Geometric Axes and Principal Material Axes.

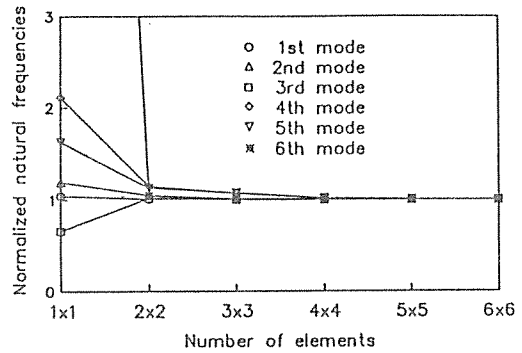


Fig. 2. Convergence of Natural Frequencies Normalized by those of Plate 762 with 6×6 Elements.

Table 1. Material Properties[5].

Material	$\frac{E_1}{\text{GPa}}$	$\frac{E_2}{\text{GPa}}$	$\frac{G_{12}}{\text{GPa}}$	η_1	η_2	η_{12}	ν_{12}	ν_f
HMS/DX-210	172.7	7.2	3.76	7.162×10^{-4}	6.716×10^{-3}	1.122×10^{-2}	0.3	0.5
DX-210/BF400	3.21	3.21	1.20	1.041×10^{-2}	1.041×10^{-2}	1.064×10^{-2}	0.34	0.0

Table 2. Plate Data[5].

Plate Number	No. of Layers	Density	Thickness	$a(=b)$	ν_f	Stacking Sequence
		kg/m^3	mm	mm		
762	8	1566	1.58	178	0.516	$[0/0/0/0]_s$
764	8	1446	2.12	235	0.342	$[0/90/0/90]_s$
770	8	1551	1.62	215	0.494	$[0/90/45/-45]_s$
772	12	1636	2.02	216	0.618	$[0/\mp 60/0/\mp 60]_s$

Table 3. Natural Frequencies and Modal Loss Factors for All-free Plates.

Plate No.	Mode	Natural Frequencies(Hz)			Modal Loss Factors($\times 10^{-2}$)			
		Present	Lin <i>et al.</i> [5]		Present		Lin <i>et al.</i> [5]	
		FEM	FEM	Exp.	Modal Approach ^a	Original System ^b	FEM	Exp.
762	1	83.90	83.57	81.5	1.0630	1.0694	1.0759	1.1141
	2	111.93	118.42	107.4	0.6418	0.6401	0.6821	0.7799
	3	204.19	207.79	196.6	0.9347	0.9341	0.9374	0.8694
	4	311.32	329.41	295.5	0.6422	0.6426	0.6573	0.7480
	5	405.06	419.83	382.5	0.8123	0.8123	0.8133	0.7639
	6	546.70	546.93	531.0	0.0771	0.0772	0.0748	—
764	1	53.20	58.10	68.9	1.4773	1.4773	1.2414	1.0584
	2	210.21	213.21	218.9	0.1591	0.1590	0.1448	0.1671
	3	235.79	243.47	251.2	0.4294	0.4295	0.3979	0.4138
	4	300.39	302.51	305.4	0.1033	0.1033	0.0955	0.1464
	5	318.47	324.16	323.5	0.2540	0.2539	0.2403	0.2706
	6	415.65	441.62	452.5	0.4700	0.4700	0.4361	0.4775
770	1	86.78	86.33	77.8	0.4860	0.4856	0.4950	0.6525
	2	225.30	224.49	202.7	0.1235	0.1235	0.1273	0.1464
	3	280.78	280.42	258.0	0.2659	0.2659	0.2706	0.2706
	4	300.10	298.81	298.7	0.0941	0.0942	0.0923	0.1225
	5	349.61	348.36	322.0	0.1877	0.1876	0.1894	0.1910
	6	510.55	512.24	496.7	0.2853	0.2853	0.2881	0.3342
772	1	166.46	165.17	156.6	0.2232	0.2231	0.2292	0.2228
	2	276.64	279.14	272.0	0.1353	0.1354	0.1480	0.1401
	3	384.63	387.80	372.3	0.0972	0.0972	0.1003	0.1035
	4	431.01	432.57	407.8	0.1886	0.1886	0.1958	0.2005
	5	511.06	511.14	486.1	0.1517	0.1517	0.1560	0.1576
	6	787.74	800.37	779.0	0.1352	0.1352	0.1464	—

^a Ten modes are used in the modal approach.

^b Matrix dimension of Eq. (13) is 363 x 363.

modal approach에 사용된 모드수의 갯수는 10개이다. 식(11)을 사용한 경우에 비해 식(13)을 사용한 경우 고유진동수 및 손실계수의 오차는 0.01% 수준을 가지므로 무시할만 하다. 또한 modal approach에 사용된 모드수의 갯수는 고유진동수 및 손실계수에 거의 영향을 미치지 않았다.

Table 2에 있는 평판의 재원을 이용해 계산한 결과를 Table 3에 Lin등의 결과와 비교하였다. Lin등은 단층의 물성치를 V_f 에 따라 계산식과 실험식을 병행하여 보정하였기 때문에 본 연구에서 사용하기에

완전한 자료를 제공하지 못한다[12]. 따라서 본 연구에서는 V_f 에 따른 물성치 보정은 참고문헌[13]에 있는 에너지 보존원리를 이용하는 수식을 이용한다. Table 3에서 Plate 762와 Plate 770의 결과가 Plate 764와 Plate 772의 결과보다 본 연구결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 이는 보정방법이 다르기 때문에 V_f 가 0.5와 차이가 많이나는 Plate 764와 Plate 772의 경우에 상대적으로 오차가 크게 나타난 것이다. modal손실계수를 살펴보면 10개의 모드를 사용한 결과는 본래의 방정식의 결과와 잘 일치함을

알 수 있다.

적층각에 따른 고유진동수 및 손실계수의 변화를 관찰하기 위해 Table 1의 물성치를 사용하였으며 적층판의 재료는 Table 2의 Plate 762와 동일하고 단지 적층순서는 $[0/\pm\theta/90]_s$ 로 하였다. 섬유방향의 손실계수는 무시하고 그 이외의 손실계수는 기지의 값을 사용한 경우에 modal 손실계수가 실제의 경우를 얼마나 잘 근사하는가를 살펴보았다. 손실계수를 Table 1에 주어진 HMS/DX-210의 η_{ij} 를 사용한 경우가 실제로 정확한 결과이며 삼각형(Δ)으로 나타내었고, 근사적 방법은 $\eta_{11}=0.0$, $\eta_{22}, \eta_{12}, \eta_{13}, \eta_{23}$ 는 DX-210/BF400의 η_1 를 사용하여 사각형(\square)으로 표시하였다. 이 결과를 Fig.3~Fig.5에 함께 나타내었다.

적층각에 따른 고유진동수 및 손실계수의 변화를 살펴보면 Fig.3은 첫번째 모드인 경우이며 $\theta=0^\circ$ 및 $\theta=90^\circ$ 에서 손실계수가 최대값을 보이고 이때의 모드 형상은 순수한 비틀림이며 그 이외의 적층각에서는 휨 모드와의 연성(coupling)이 있게 된다. 첫번째 모드의 손실계수가 $\theta=55^\circ$ 부근에서 가장 작은 이유는 이 모드에서 $\pm\theta$ 층에서의 섬유가 휨변형을 많이 받기 때문이다.

Fig.4는 두번째 모드의 특성을 나타내었으며 적층각이 0° 일때 변형형상은 nodal line이 x축에 평행한 휨 변형이다. θ 가 증가할수록 손실계수가 작

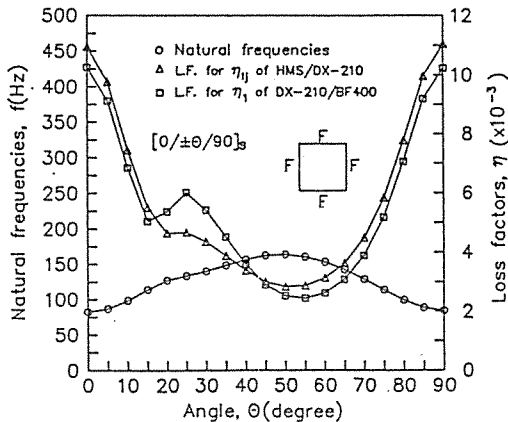


Fig. 3. Variations of Natural Frequencies and Modal Loss Factors(L. F.) of 1st Mode with Fiber Orientation for All-free $[0/\pm\theta/90]_s$ laminate.

아지는 이유는 2번째 모드의 nodal line이 x축에 평행하지만 θ 가 증가할수록 nodal line이 섬유방향에 수직하게 배열되어 기지가 에너지를 흡수하기 어렵기 때문이다.

Fig.5는 세번째 모드이며 각 적층각에서 거의 같은 비틀림 형상을 갖는다. 적층각이 증가할수록 감쇠계수가 작아지는 이유는 변형을 주로 섬유가 감당하기 때문이다.

손실계수의 예측에서 Fig.3의 거의 모든 적층각에서 근사적 방법이 잘 일치하는 이유는 모드형

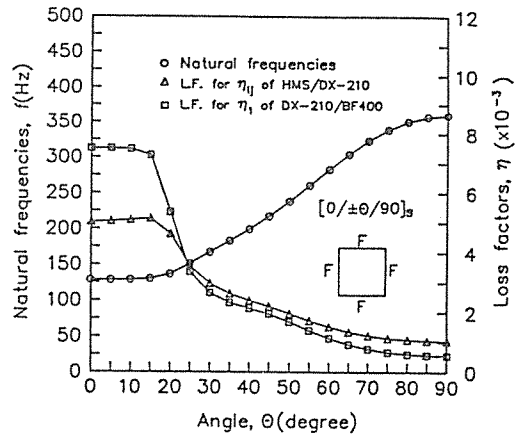


Fig. 4. Variations of Natural Frequencies and Modal Loss Factors(L. F.) of 2nd Mode with Fiber Orientation for All-free $[0/\pm\theta/90]_s$ laminate.

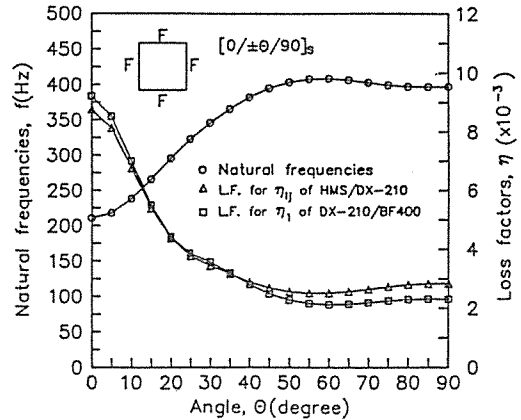


Fig. 3. Variations of Natural Frequencies and Modal Loss Factors(L. F.) of 3rd Mode with Fiber Orientation for All-free $[0/\pm\theta/90]_s$ laminate.

태가 비틀림이며 $\theta=20^\circ$ 및 $\theta=55^\circ$ 부근에서 오차가 큰 이유는 nodal line이 적층각과 수직인 휨 모우드가 나타나기 때문이다. Fig. 4에서는 휨 모우드가 강하게 나타나므로 오차가 심하며 비틀림이 많은 적층각에서는 오차가 작다. Fig. 5에서는 $\theta=15^\circ\sim 40^\circ$ 부근에서 상대적으로 오차가 작는데 이 구역이 비틀림 변형이 크기 때문이다. 따라서 섬유방향의 손실계수는 무시하고 그 이외의 손실계수는 기지의 값을 사용하는 근사적 방법은 비틀림 변형에 대해서는 잘 근사시키고 있음을 알 수 있다.

Fig. 6에는 $\theta=0^\circ$ 와 $\theta=45^\circ$ 인 경우에 횡변위의 contour를 나타내었다. 여기서 *는 nodal line을

나타낸다.

4. 결 론

본 연구에서는 복합적층판의 진동 및 감쇠해석을 위해 횡방향 전단변형 판이론에 기초하여 복소계수를 도입하여 유한요소 수식화를 수행하였다. 효율적인 계산을 위해 modal approach를 하여 복소수 고유치 문제가 갖는 단점을 극복함으로써 비감쇠용량을 계산하는 방법에 비해 간단한 수식화를 제안하였으며 만족할만한 결과를 얻었다.

복합적층판의 고유진동수는 적층각의 변화로 인

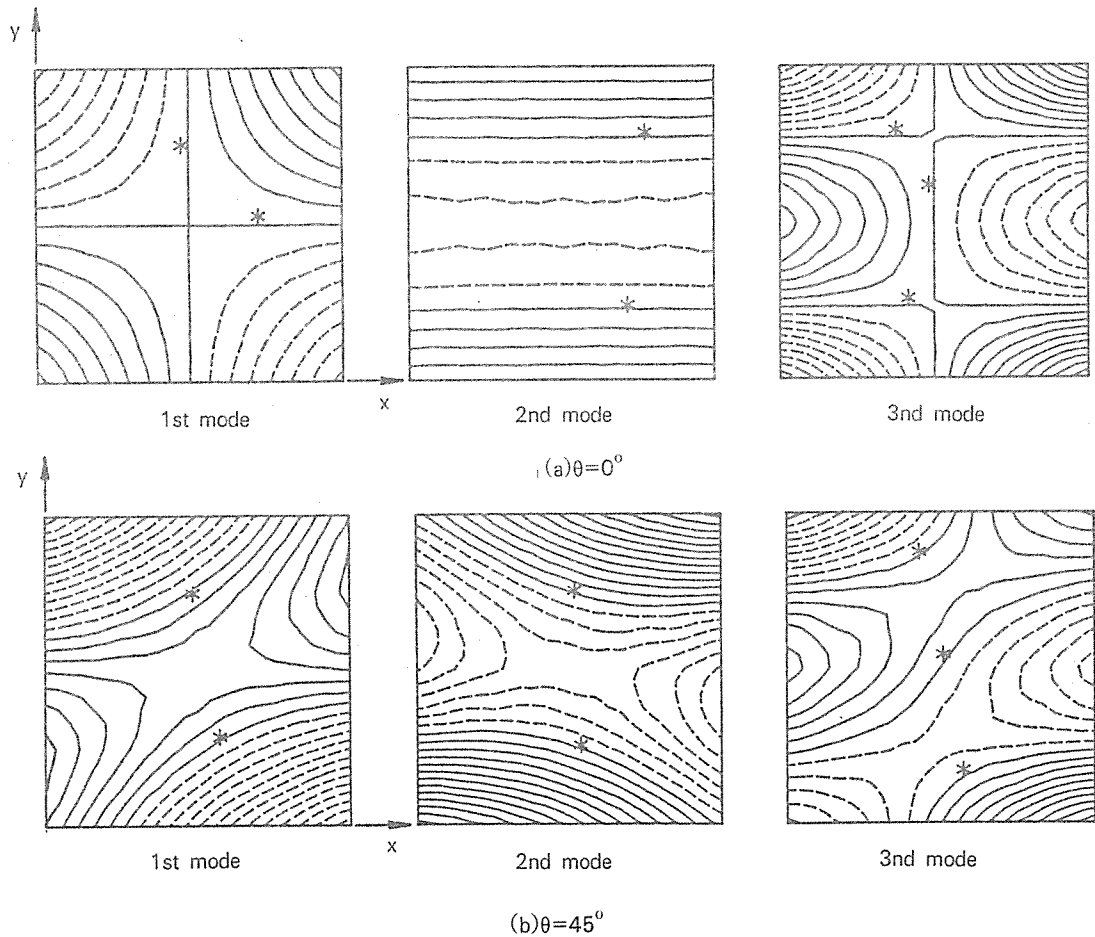


Fig. 6. Contour Plots for $\theta=0^\circ$ and $\theta=45^\circ$ of All-free $[0/\pm\theta/90]_s$ laminate.
; *denotes nodal line.

하는 형상에 따라 tailoring할 수 있으며, modal 손실계수는 비틀림 변형이 일어날 때 가장 크게 나타나고 nodal line이 섬유방향에 수직하게 변형하는 휨 모드에서도 크게 나타난다.

섬유방향의 손실계수를 무시하고 그 이외의 손실계수를 기지의 값으로 근사하는 가정은 변형형태가 비틀림일 때만 유효하다.

참 고 문 헌

1. Bert, C.W., "Composite Materials: A Survey of the Damping Capacity of Fiber Reinforced Composites," *Damping Applications for Vibration Control AMD-Vol.38*, ASME, Nov. 1980.
2. Gibson, R.F. and Plunkett, R., "Dynamic Stiffness and Damping of Fiber-Reinforced Composite Materials," *The Shock and Vibration Digest*, Vol.9, No.2, Feb. 1977, pp.9-17.
3. Bert, C.W., "Material Damping: An Introductory Review of Mathematical Models, Measures and Experimental Techniques," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.39, 1973, pp.129-153.
4. Hashin, Z., "Complex Moduli of Viscoelastic Composites-II. Fiber Reinforced Materials," *International Journal of Solids and Structures*, Vol.6, 1970, pp.797-807.
5. Lin, D.X., Ni, R.G., and Adams, R.D., "Prediction and Measurement of the Vibration Damping Parameters of Carbon Glass Fiber-Reinforced Plastics Plates," *Journal of Composite Materials*, Vol.18, Mar. 1984, pp.132-152.
6. Alam, N. and Asnani, N.T., "Vibration and Damping Analysis of Fiber Reinforced Composite Material Plates," *Journal of Composite Materials*, Vol.20, Jan. 1986, pp.2-18.
7. Malhotra, S. K., Ganesan, N., and Veluswami, M.A., "Vibration and Damping Analysis of Orthotropic Triangular Plates," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.130, No.3, 1989, pp.379-386.
8. Bicos, A.S. and Springer, G.S., "Analysis of Free Damped Vibration of Laminated Composite Plates and Shells," *International Journal of Solids and Structures*, Vol.25, No.2, 1989, pp.129-149.
9. Edberg, D.L., "Measurement of Material Damping in a Simulated Space Environment," *Ph.D. Thesis*, Stanford University, Dec. 1984.
10. Yang, P.C., Norris, C.H., and Stavsky, Y., "Elastic Wave Propagations in Heterogeneous Plates," *International Journal of Solids and Structures*, Vol.2, 1966, pp.665-684.
11. Vinson, J.R. and Sierakowski, R.L., *The Behavior of Structures Composed of Composite Materials*, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, 1987, pp.54-55.
12. Ni, R.G., and Adams, R.D., "A rational method for obtaining the dynamic mechanical properties of laminate for predicting the stiffness and damping of laminated plates and beams," *Composites*, Vol.15, No.3, July 1984, pp.193-199.
13. Saravanos, D.A. and Chamis, C.C., "Unified Micromechanics of Damping for Unidirectional and Off-Axis Fiber Composite," *Journal of Composite Technology and Research*, Vol.12, No.1, 1990, pp.31-40.