

## 論文

## 벌칙함수 유한요소법을 이용한 핀하중을 받는 복합재료판의 파단해석

김진희\* · 구남서\* · 김승조\*\*

Failure Predictions of Composite Plates  
with Pin Loaded Hole using Penalty Finite Element Method

Jim Hee Kim\*, Nam Seo Goo\* and Seung Jo Kim\*\*

## ABSTRACT

Failure strengths and failure modes of laminated composite plates with pin loaded hole are predicted. Contact problems are formulated by using an extended interior penalty method and solved to obtain contact pressures and contact angles by finite element method. Stresses of each lamina are obtained by classical lamination theory. To predict failure strengths and failure modes, Yamada-Sun failure criterion and Tsai-Wu failure criterion are checked on the characteristic curve. The predicted failure strengths and failure modes are in fair agreement with experimental results.

## 초 록

핀 하중을 받는 복합재료 적층판의 파단강도와 파단모드를 예측하는 연구를 수행하였다. 접촉문제는 확장된 내부벌칙 함수법을 이용하여 정식화되었으며, 유한요소법을 이용하여 접촉면적과 접촉압력을 구하였다. 각 적층판의 응력은 고전 적층판 이론을 사용하여 구하였으며 이를 바탕으로 파단강도와 파단형태를 예측하기 위해 특성곡선상에서 Yamada-Sun의 파단 판정식과 Tsai-Wu의 파단 판정식을 적용하였다. 이전의 실험 연구 결과와 해석치가 대체로 잘 일치함을 알 수 있었다.

## 1. 서 론

최근 항공기와 기타 구조물에 우수한 성질을 가진 최신 복합재료의 사용이 눈부시게 증가하고 있다. 복합재료 구조물도 기타 구조물과 마찬가지로 하중을

전달하는 체결부위가 필요하며, 그 방식에 따라 기계적 체결 방식과 접합식 체결방식, 조합식 체결방식 등으로 나뉘어 진다. 기계적 체결방식은 구조적인 응력집중 문제를 유발하기 때문에 접합식 체결방식이 많이 사용되고 있으나, 부재끼리의 분해 및 조립이

\* 정희원, 서울대학교 항공우주공학과 대학원

\*\* 정희원, 서울대학교 항공우주공학과

요구되는 구조물의 경우 기계적 체결방식이 매우 유용하다. 기계적 체결방식의 경우 주로 핀이나 볼트를 이용하여 하중을 전달하는데, 이 경우 핀이나 볼트 주위에 응력이 집중되어 부재의 파괴를 야기시킬지도 모르므로 이에 대한 해석은 매우 중요한 일일 것이다. 이러한 체결부위의 파단 해석을 위해서는, 먼저 복합재료 적층판의 원공 주위의 접촉압력 분포에 대한 정확한 해석이 필요하다.

지금까지 많은 연구자들이 여러가지 다양한 방법으로 복합재료 적층판의 원공 주위의 접촉압력분포를 구하는 문제를 연구하였다[1~11]. 해석적 방법으로는 Oplinger와 Gandhi[1,2], De Jong[3], Zhang and Ueng[4] 그리고 Hyer등[5]의 연구가 언급될 수 있다. 유한요소 해석으로는 여현분포를 가정한 경우[6~8]와 그런 가정 없이 해석한 연구[9~12] 등을 들 수 있다.

이방성 재료의 파단 판정식에 대한 연구는 1960년대 이래로 많이 다루어졌다. Soni[13]는 문헌조사를 통하여 가장 많이 사용되고 있는 6가지의 파단 방정식을 제안하였다. 기계적 체결방식에 대해서는 특성 길이[14~16]와 특성 곡선[17~19]을 사용한 방법이 파단강도와 모드를 예측하는 대표적인 판정식이다. 또한 조창민 등[20]이 실험결과를 바탕으로, 특성길이를 무한응력집중계수의 함수로 나타내었으며, 이를 바탕으로 새로운 물질 상수  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 를 도입하였다. 그리고, 고한영 등[21]은 2차 계획법으로 접촉응력을 해석한 후 파단 강도와 파단 모드를 구하였다.

본 연구는 크게 두 부분으로 구성되었다. 먼저 김승조 등[12]의 확장된 내부벌칙 함수법을 이용하여 원공 주위의 응력을 계산하고, 다음으로 Chang [17~19]의 특성곡선상에서 Yamada-Sun 파단 판정식과 Tsai-Wu 파단 판정식을 통해 편하중을 받는 복합재료 판의 파단 강도와 모드를 예측하였다. 그리고 Chang[17,22]의 응력계산 및 실험결과와의 비교를 행하였다.

## 2. 이 론

### 2-1. 확장된 내부 벌칙함수법을 이용한 접촉문제 해석

마찰이 없는 접촉문제를 풀기위해 확장된 내부 벌칙 함수법을 이용한 유한요소 해석법이 이용되었다. 확장된 내부 벌칙 함수법을 이용한 접촉문제 해석법은 기타의 다른 방법에 비해 여러가지 우수성을 보여주고 있다[12]. 특히 고전적인 내부벌칙 함수법이 구속 경계 근처에서 수치적으로 불안정한 거동을 보임에 비해 확장된 내부 벌칙 함수법은 외부 벌칙 함수법을 적절히 결합함으로써 이 문제를 해결할 수 있게 되었다.

확장된 내부벌칙함수법에서의 확장된 범함수는 다음과 같은 꼴을 갖는다.

$$F_\epsilon(v) = F(v) + \epsilon Q(v) \dots\dots\dots (1)$$

여기서  $F(v)$ 는 구조물의 총 포텐셜 에너지에 해당하는 양이고  $Q(v)$ 는 다음과 같이 정의되는 벌칙 범함수이다.

$$Q(v) = \begin{cases} -\int_{\Gamma_C} \frac{1}{\gamma_n(v)-s} d\Gamma & \gamma_n(v) - s \leq \epsilon' \\ -\int_{\Gamma_C} \frac{1}{\epsilon'} \left\{ \left[ \frac{\gamma_n(v)-s}{\epsilon'} \right]^2 - 3 \left[ \frac{\gamma_n(v)-s}{\epsilon'} \right] + 3 \right\} d\Gamma & \gamma_n(v) - s > \epsilon' \end{cases} \dots\dots\dots (2)$$

여기서,  $\Gamma_c$ 는 접촉후보 경계를 의미하며,  $\gamma_n$ 은 법선 트레이스 작용소이고,  $\epsilon'$ 은 확장된 벌칙 매개 변수이다. 결국 접촉문제는 (1)식을 최소화하는 문제로 귀착되며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u \in K; F_\epsilon(u) \leq F_\epsilon(v) \text{ for all } v \in K \dots\dots (3)$$

여기서,  $K$ 는 타당영역을 의미하는 구속집합이다. 유일 최소해  $u$ 의 존재를 보장받기 위해 볼록성(Convexity), 가또 미분성(Gateaux Differentiability) 등을 이용하면[12]  $u$ 는 다음 변분 방정식의 해로 특징지워진다.

$$\langle DF(u_\epsilon), v \rangle + \epsilon \langle DQ(u_\epsilon), v \rangle = 0 \text{ for all } v \in V \dots\dots\dots (4)$$

여기서  $DF$ 는  $F$ 의 가또 미분을 의미한다. 접촉압력은 라그랑지 승수법처럼 새로운 변수로

처리되는 것과 달리 벌칙함수법에서는 다음과 같은 간단한 과정을 통해 얻어진다.

$$p_e = -\epsilon \delta Q(u_e) \dots\dots\dots (5)$$

이상의 정식화에 대한 더 자세한 언급은 참고문헌 [12]에 나와 있다.

2-2. 응력 해석 및 파단 해석

확장된 내부벌칙 함수법을 이용하여 접촉문제의 해를 구함과 동시에 원공 주위의 응력분포를 구하기 위해 고전 판이론(Classical Lamination Theory)을 사용하였다. 이는 복합재료판을 하나의 이방성 판으로 가정하며 층간 응력(Interlaminar Stress)을 고려하지 않고 변위 및 응력을 계산하는 것이다. 이에 대한 자세한 설명은 참고문헌[23]에 나와 있다.

파단해석은 F.K. Chang[17-19]의 특성곡선법을 사용하였다. 특성곡선은 아래의 식으로 표시되는 것으로 원공이 있는 판의 파단강도를 계산할 때 이 특성 곡선 상에서 파단지수가 1.이 되면 파단이 일어난다는 것으로 본다.

$$r(\theta) = \frac{D}{2} + R_T + (R_C - R_T) \cos \theta \dots\dots\dots (6)$$

여기에서,  $R_T, R_C$ 는 각각 인장 및 압축 방향으로의 특성길이이다. Fig.1에 전형적인 특성곡선 및 시편의 형상을 나타냈다. 파단 판정식으로는 Yamada-Sun의 판정법과 Tsai-Wu의 판정법을 사용하였다. 이 판정법은 아래와 같다.

\* Yamada-Sun파단 판정법

$$(e)^2 = \left( \frac{\sigma_1}{X} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_2}{S_c} \right)^2 \dots\dots\dots (7)$$

여기에서 X는 축방향 강도,  $S_c$ 는 In-Situ 전단강도를 의미한다.

\* Tsai-Wu파단 판정법

$$e = \left( \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \right) \sigma_1 + \left( \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \right) \sigma_2 + \frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c}$$

$$+ \frac{\sigma_{12}^2}{S^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X_t X_c} \dots\dots\dots (8)$$

여기에서  $X_t, X_c$ 는 인장, 압축 시의 축방향 강도,  $Y_t, Y_c$ 는 인장, 압축 시의 횡방향 강도, S는 전단강도를 나타낸다.

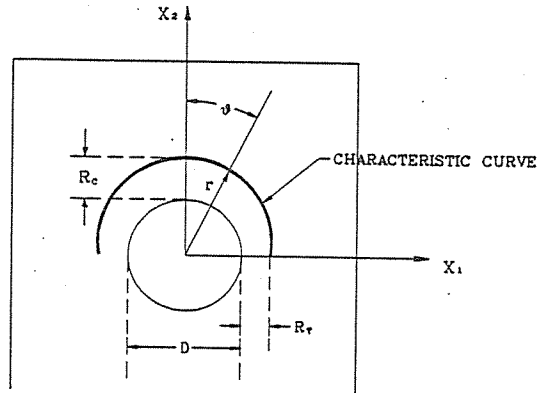


Fig. 1. Typical Characteristic Curve

$R_T$ 를 구하기 위해서는 먼저 핀이 없는 판을 인장실험하여 파단 강도를 구한다. 이 하중값을 이용하여 구멍 주위의 파단 지수를 각 층별로 계산하여  $\theta=90^\circ$ 인 선을 따라 파단 지수가 1.이 되는 지점까지의 거리를 구하면 이것이  $R_T$ 가 된다.  $R_C$ 는 핀이 있는 상태에서의 파단 강도를 구한 뒤 접촉 문제를 풀어서  $\theta$ 가  $-15^\circ$ 에서  $15^\circ$  사이에서 파단 지수가 1.이 되는 지점까지의 거리를 구하면 된다.

다음으로, 임의의 판에 대한 파단 해석은 바로 이 특성 곡선 상에서 이루어진다. 즉 임의의 하중 P 하에서 특성 곡선 상에서의 파단 지수의 최대값을  $e_f$ 라 하면 파단 강도는

$$P_f = \frac{P}{e_f} \dots\dots\dots (9)$$

로 계산되고 파단 모드는 최대 파단 지수의 발생위치에 따라

- $0^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$  : Bearing mode
- $15^\circ \leq \theta \leq 75^\circ$  : Shear-out mode
- $75^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  : Net-tension mode

라고 예측한다.

### 3. 해석 결과

#### 3-1. 접촉문제 해석 결과

확장된 내부벌칙 함수법을 이용하여 접촉문제를 해석하기 위해 유한요소 모델을 구성하였다. 사용된 모델은 Fig. 2에 나타내었다. Fig. 3에서는 본 해석에 의한 접촉압력분포를 F.K. Chang[22]의 변위기준 반복법(Displacement Method)에 의한 결과와의 비교를 나타내었다. 접촉압력은 최대압력성분으로 단위화하였으며, 형상과 물성치는 참고문헌[22]과 같은 것을 사용하였다. 원공과 핀 사이의 접촉 간극이 없는 경우, 확장된 내부벌칙 함수법은 보다 간단하게 해를 구할 수 있었으며 그 해는 Chang의 결과와 유사함을 알 수 있었다. 그렇지만 변위기준 반복법은 접촉간극이 있을 때는 사용할 수가 없으며, 실제 문

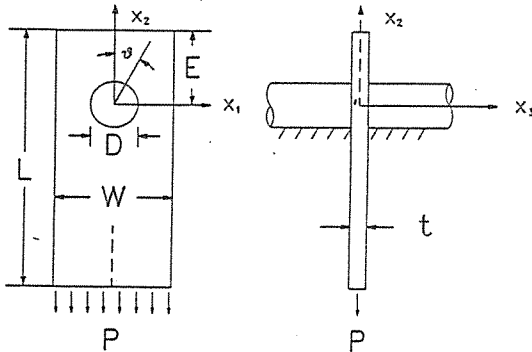


Fig. 2. Geometry Definition of Composite Laminate

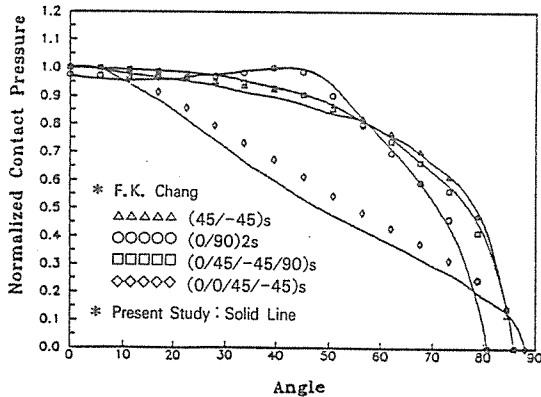


Fig. 3. Comparison of Normalized Contact Pressure for the Various Laminates with Ref. [22]

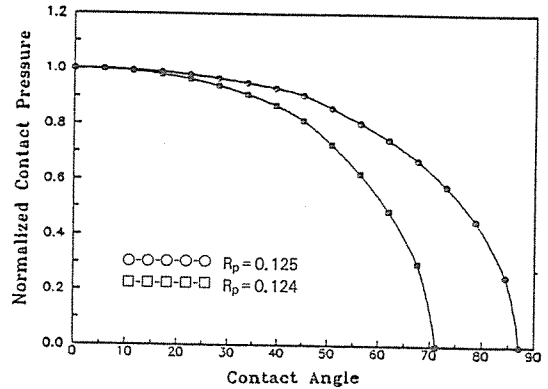


Fig. 4. Change of Normalized Contact Pressure with Initial Clearance

제의 경우 접촉 간극이 있는 경우가 많으므로 확장된 내부벌칙 함수법이 강점이 있다고 하겠다. Fig. 4에서는 접촉 간극이 있는 경우의 (핀의 반지름  $R_p = 0.124$  in, 구멍의 반지름  $R_h = 0.125$  in) 준등방성 적층판에 대한 해석 결과를 비교하였다. 이 결과를 보면 접촉각이 안쪽으로 더 이동함을 알 수 있었다. 그리고 가한 외력과 접촉압력의 수직성분은 같아야 하므로 접촉압력이 0° 근처에서 더 커지는 경향이 있었다. 그러므로 접촉간극을 고려하면 파단 모드와 파단 강도가 달라짐을 쉽게 예상할 수 있다.

#### 3-2. 파단 해석 결과

파단 해석을 위하여 2. 이론에서 언급한 대로 먼저  $R_T$ 와  $R_C$ 를 구하였다. 세 종류의 적층각을 갖는 시편에 대하여 참고문헌[7]의 실험결과와 물성치를 이용하여 핀이 없는 경우의 응력해석을 통해  $R_T$ 를, 핀 하중을 받는 경우의 응력해석을 통해  $R_C$ 를 구하였다. 그 결과를 Table 1에 나타냈다. Table 1을 보면 Yamada-Sun의 판정법을 사용한 참고문헌[7]의 결과와는  $R_C$ 가 차이가 있는데, 이는 본 연구가 접촉응력을 여현 분포로 가정하지 않고 비선형해석을 하였기 때문이다. 또한 Yamada-Sun의 판정법과 Tsai-Wu의 판정법에 의한 결과는 상당한 차이가 있음을 알 수 있다.

이 결과를 이용하여 각 적층판에 대해 Table 2의 여러가지 제원에 대하여 파단하중과 파단모드를 예

Table 1. Characteristic Lengths for the Various Laminates

(단위 : in)

| 시편의 종류   | 특성길이 | Ref. <7> |       | Present Study |        |         |        |
|--|------|----------|-------|---------------|--------|---------|--------|
|  |      | $R_T$    | $R_C$ | Yamada-Sun    |        | Tsai-Wu |        |
|  |      |          |       | $R_T$         | $R_C$  | $R_T$   | $R_C$  |
| Case I<br>[0°/± 45°/90°] <sub>3S</sub>                   |      | 0.0195   | 0.07  | 0.0147        | 0.0850 | 0.0715  | 0.0910 |
| Case II<br>[90° <sub>2</sub> /± 60°/± 30°] <sub>2S</sub> |      | 0.0155   | 0.08  | 0.0103        | 0.0574 | 0.1094  | 0.0816 |
| Case III<br>[0°/± 45°/90°] <sub>3S</sub>                 |      | 0.0135   | 0.09  | 0.0147        | 0.0574 | 0.0628  | 0.0911 |

Table 2. Specifics for Each of the Laminates

(단위 : in)

| 시편종류  | 제 원 | D      | L   | t     | E     |
|-------|-----|--------|-----|-------|-------|
| 1번 시편 |     | 0.1250 | 5.0 | 0.125 | 0.375 |
| 2번 시편 |     | 0.1873 | 7.0 | 0.125 | 0.375 |
| 3번 시편 |     | 0.5000 | 7.0 | 0.125 | 1.500 |
| 4번 시편 |     | 0.5000 | 7.0 | 0.125 | 1.500 |

측하였다. 특성곡선 상에서 파단 지수를 구하기 위해 특성곡선 상의 점을 MASTER요소 상의 점으로 변환하여 응력을 계산하게 하였다. 그 결과를 Table 3에 나타내었다. 이를 면밀히 고찰해 보자. 준등방성을 나타내는 Case I의 경우, Yamada-Sun의 판정식을 사용한 결과는 참고문헌[7]의 실험결과나 해석결과와 잘 일치함을 알 수 있다. 이는 준 등방성 재료의 경우 접촉응력이 여현분포와 유사하다는 사실과 잘 일치한다. 그러나 Tsai-Wu의 판정식의 경우는 상당한 차이를 보임을 알 수 있다. 그 이유에 대해서는 연구가 진행 중에 있다.

Case II와 Case III의 경우는 예측값이 실험값과는 상당한 차이를 보이고 참고문헌[7]의 결과와도 차

이가 있는데 이는 참고문헌[7]의 경우  $R_T$ 와  $R_C$ 를 준등방성의 결과를 사용한 반면 본 연구에서는 참고문헌[20]의 결과와 일치하게 각 적층판에 대하여 그 적층판에 대하여 구한 값을 사용하였기 때문인 것으로 보인다. 실험값과의 차이는 판의 기하학적 형상을 고려하지 않고 동일한 특성곡선을 사용한 데에서 기인한 것으로 보이며 편하중을 받는 경우 기하학적 형상을 고려할 수 있도록 하는 연구가 필요함을 알 수 있다.

파단 모드에 대한 전체적인 결과를 보면 본 연구가 비교적 정확히 파단 모드를 예측함을 알 수 있으나 몇 가지 예외가 있다. 그 이유 중 하나로는 접촉간극을 고려하지 않았다는 것을 들 수있으며 이를 고려하기 위해 초기 접촉 간극이 있는 경우를 해석해 보았다. 접촉간극이 있으면 모드가 전이하는 효과와 파단 하중이 줄어드는 효과를 나타낸다. Fig. 5에는 Case I의 네번째 판에 대하여 접촉 간극을 고려하여 파단 해석을 수행한 결과를 나타내었다. 접촉간극의 영향으로 파단 모드가 전단 모드에서 베어링 모드로 변화하였으며, 접촉간극이 커짐에 따라 파단 하중이 줄어들음을 알 수 있었다.

Table 3. Results of the Failure Analysis without Initial Clearance

|      |                      |     |                      |
|------|----------------------|-----|----------------------|
| Pavg | : 참고문헌[7]의 파단강도 실험결과 | Pcf | : 참고문헌[7]의 파단강도 예측결과 |
| Me   | : 참고문헌[7]의 파단모드 실험결과 | Mcf | : 참고문헌[7]의 파단모드 예측결과 |
| T    | : Net-tension Mode   | B   | : Bearing Mode       |
| S    | : Shear-out Mode     |     |                      |

(Continued)

Table 3. (Continued)

| 시편종류  | W (in)  | Pavg (lb) | Present Study |        | Pcf (lb) | Me | Present Study |     | Mcf |
|-------|---------|-----------|---------------|--------|----------|----|---------------|-----|-----|
|       |         |           | Y-S           | T-W    |          |    | Y-S           | T-W |     |
| 1번 시편 | 0.38625 | 1725      | 1986.2        | 2659.2 | 2154     | T  | T             | S   | T   |
| 2번 시편 | 0.7065  | 2890      | 2632.0        | 3096.5 | 2781     | T  | T             | S   | T   |
| 3번 시편 | 1.4727  | 4920      | 4915.8        | 5989.6 | 4940     | T  | T             | T   | T   |
| 4번 시편 | 2.9687  | 4825      | 5533.9        | 6247.6 | 5343     | B  | S             | S   | B   |

a) CASE I

| 시편종류  | W (in)  | Pavg (lb) | Present Study |        | Pcf (lb) | Me | Present Study |     | Mcf |
|-------|---------|-----------|---------------|--------|----------|----|---------------|-----|-----|
|       |         |           | Y-S           | T-W    |          |    | Y-S           | T-W |     |
| 1번 시편 | 0.38675 | 1130      | 1211.7        | 1721.3 | 1493     | T  | T             | T   | T   |
| 2번 시편 | 0.74475 | 2150      | 1774.9        | 2441.5 | 2108     | T  | T             | S   | B   |
| 3번 시편 | 1.4585  | 3575      | 3365.0        | 3838.0 | 3736     | T  | T             | S   | B   |
| 4번 시편 | 2.4475  | 4981      | 3984.3        | 5319.7 | 3672     | B  | B             | S   | B   |

a) CASE II

| 시편종류  | W (in)  | Pavg (lb) | Present Study |      | Pcf (lb) | Me  | Present Study |     | Mcf |
|-------|---------|-----------|---------------|------|----------|-----|---------------|-----|-----|
|       |         |           | Y-S           | T-W  |          |     | Y-S           | T-W |     |
| 1번 시편 | 0.38125 | 1392      | 1064          | 1170 | 1461     | S/T | S             | S   | B   |
| 2번 시편 | 0.75025 | 2150      | 1184          | 1010 | 1474     | S/T | S             | S   | S/T |
| 3번 시편 | 1.5005  | 4875      | 2703          | 3132 | 2659     | S/T | S             | S   | S   |
| 4번 시편 | 2.4993  | 4700      | 3132          | 3400 | 2943     | B/S | S             | S   | S   |

a) CASE III

#### 4. 결 론

확장된 내부벌칙 함수법을 사용하여 편하중을 받는 원공의 응력 해석 및 파단해석을 한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 해석 결과 응력 분포 및 파단 결과를 비교적 정확히 예측할 수 있었으며 실제의 문제에 있어서 유용하게 사용될 수 있음을 알았다.
2. 보다 정확한 예측을 위해서는 특성곡선법에 대한 엄밀한 재고찰이 필요하며 편의 기하학적 형상을 고려할 수 있도록 해야 한다.
3. 파단 판정식으로 자주 사용되는 Tsai-Wu 판정식을 특성 곡선법에 사용할 경우 이에 대한 엄밀한 고찰이 필요하다.

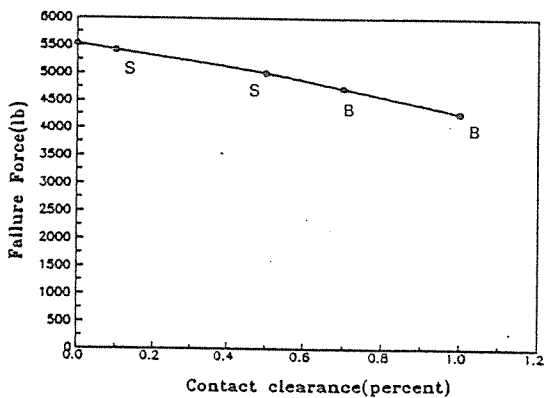


Fig. 5. Change of Failure Strength and Mode with Initial Clearance

참 고 문 헌

1. Oplinger, D.W. and K.R. Gandhi, 1974, "Analytic Studies of Structural Performance in Mechanically Fastened Fiber-Reinforced Plates," *AMMRC-MS-74-8*, Army Materials and Mechanics Research Center, Watertown, USA.
2. Opinger, D.W., W. Gandhi and K.R. Gandhi, 1974, "Stress in Mechanically Fastened Orthotropic Laminates," *2nd Conf. of Fib. Com. in Flight Vehicle Design*, pp.813-841.
3. De Jong, 1977, "Stresses Around Pin-Loaded Holes in Elastically Orthotropic or Isotropic Plates," *J. Comp. Mat.*, Vol.11, pp.313-331.
4. Zhang, K.D. and C.E.S. Ueng, 1984, "Stresses around a Pin-loaded Hole in Orthotropic Plates," *J. Comp. Mat.*, Vol.18, pp.432-446.
5. Hyer, M.W., E.C. Klang and D.E. Cooper, 1987, "The Effects of Pin Elasticity, Clearance and Friction on Stresses in a Pin-Loaded Orthotropic Plate" *J. Comp. Mat.*, Vol.21, pp.190-206.
6. Wong, C.M. and F.L. Matthews, 1981, "A Finite-Element Analysis of Single and Two-Hole Bolted Joints in Orthotropic Materials," *J. Comp. Mat.*, Vol.15, pp.481-491.
7. Chang, F.K., R.A. Scott and G.S. Springer, 1982, *Strength of Mechanically Fastened Composite Joints*, AFWAL-TR-82-4095.
8. Soni, S.R., 1981, "Failure Analysis of Composite Laminates with a Fastened Hole," *Joining of Composite Materials ASTM STP749, Proc. 1st Conf. on Composite Structures*, Am. Soc. for Testing and Materials, pp.145-164.
9. Yogeswaren, E.K. and J.N. Reddy, 1988, "A Study of Contact Stresses in Pin-Loaded Orthotropic Plates," *Computers & Structures*, Vol.30, pp.1067-1077.
10. Naik, R.A. and J.H. Crews Jr., 1986, "Stress Analysis Method for a Clearance-Fit Bolt under Bearing Loads," *AIAA Journal*, Vol.24, No.8, pp.1348-1353.
11. Murthy, A.V., B. Dattaguru, H.V.L. Narayana, and A.K. Rao, 1990, "An Improved Iterative Finite Element Solution for Pin Joints," *Computers & Structures*, Vol.36, pp.1121-1128.
12. Kim, S.J. and J.H. Kim, "Finite Element Analysis of Laminated Composites with Contact Constraint by Extended Interior Penalty Methods," 1993, in press, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*.
13. Soni, S.R., 1983, "A New Look at Commonly used Failure Theories in Composite Materials," *24th Structures, Structural Dynamics, and Material Conference, AIAA/ASME/ASCE/AHS*, pp.171-179.
14. Whitney, J.M. and R.J. Nuismer, 1974, "Stress Fracture Criteria for Laminated Composites Containing Stress Concentrations," *J. Comp. Mat.*, Vol.8, pp.253-265.
15. Nuismer, R.J., 1978, "Applications of the Average Stress Failure Criterion Part I-Tension," *J. Comp. Mat.*, Vol.12, pp.238-249.
16. Nuismer, R.J., 1979, "Applications of the Average Stress Failure Criterion Part II-Compression," *J. Comp. Mat.*, Vol.13, pp.49-60.
17. Chang, F.K., R.A. Scott and G.S. Springer, 1984, "Failure of Composite Laminates Containing Pin Loaded Holes-Method of Solution," *J. Comp. Mat.*, Vol.18, pp.255-278.
18. Chang, F.K., R.A. Scott and G.S. Springer, 1984, "Design of Composite Laminates Containing Pin Loaded Holes," *J. Comp. Mat.*, Vol.18, pp.279-289.
19. Chang, F.K., R.A. Scott and G.S. Springer, 1984, "The Effect of Laminate Configuration on Characteristic Lengths and Rail Shear Strength," *J. Comp. Mat.*, Vol.18, pp.290-296.
20. Cho, C.M., Ryou, J.K., Han, Y.M. and Ahn, D.M., 1986, "On the Failure Strength and

Mode Predictions of Single Bolted Composite Joints Using Characteristic Length," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 14, No.3, pp.63-73 (in Korean)

21. Ko, H.Y., Cho, C.M., Ryou, J.K., Ahn, D.M. and Kwak, B.M., 1988, "Analysis of Mechanical Failure around the Pin-Loaded Hole in Finite Composite Laminates by Contact Stress

Analysis," *J. of KSASS*, Vol.16, No.2, pp.29-39(in Korean).

22. Chang, F.K., 1986, "The Effect of Pin Load Distribution on the Strength of Pin Loaded Holes in Laminate Composites," *J. Comp. Mat.*, Vol.24, pp.401-408.

23. Jones, R.M., 1975, *Mechanics of Composite Materials*, McGraw-Hill Co.

---